

# Der Satz von Alonzo Church

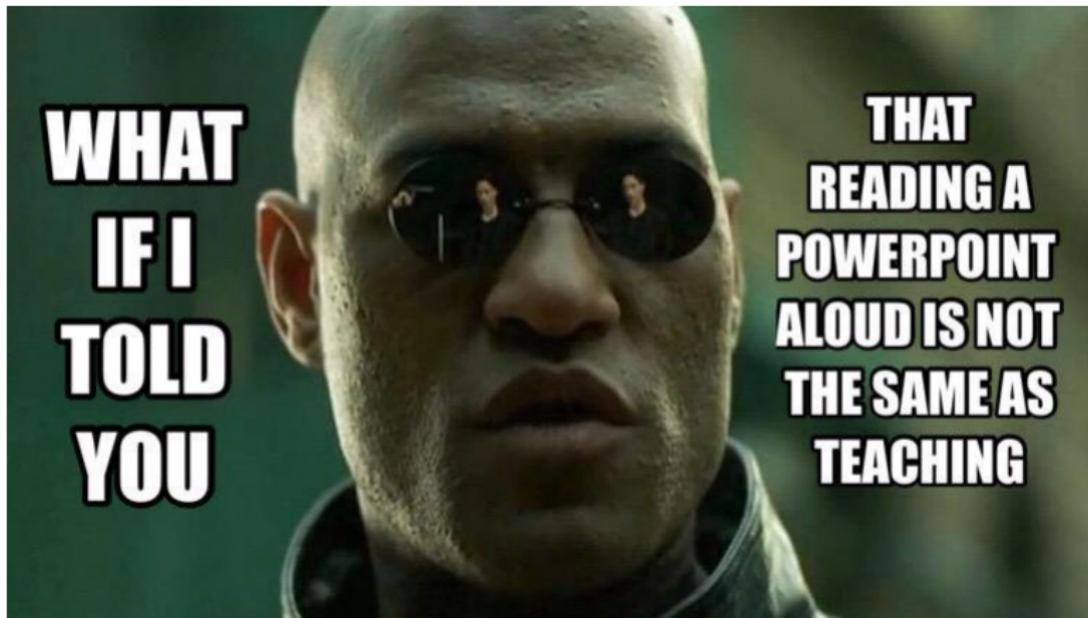
## Die Unentscheidbarkeit der Prädikatenlogik

Administratives & Einleitung

Michael Matzer

Version vom 04.03.2020, 06:51

# Mein bevorzugter Umgang mit Bildschirmpräsentationen



# Inhalt

1 Administratives

2 Einleitung

# Inhalt

1 Administratives

2 Einleitung

# Das Notwendigste

LV-Typ *Kurs*: Anwesenheitspflicht!

- Bearbeitung von Übungsaufgaben
- mündliche Diskussionsbeiträge in den Sitzungen der Lehrveranstaltung
- Abschlusskolloquium

# Inhalt

1 Administratives

2 Einleitung

# Logik-Lehrveranstaltungen

- 1 **Elementare Logik.** Hier Voraussetzung.
- 2 **Höhere Logik.** Z.B. Prädikatenlogik 2. Stufe.
- 3 **Philosophische Logik.** Spezifisch philosophische logische Wörter, z.B. Modallogik, Normenlogik, Zeitlogik, . . .
- 4 **Nicht-klassische Logik.** Grundannahmen der klassischen Logik gelten nicht, etwa das Bivalenzprinzip, das ontologische Gewicht des Existenzquantors (das manche sehen) oder das *ex falso quodlibet*.
- 5 **Philosophie der Logik.** Spezielle Wissenschaftstheorie: philosophische Fragen rund um die Logik.
- 6 **Metalogik.** Untersuchung der Logik mit logischen Methoden, z.B. Modelltheorie, Kalkültheorie, Definitionslehre . . . .

# Logik-Lehrveranstaltungen

- 1 **Elementare Logik.** Hier Voraussetzung.
- 2 **Höhere Logik.** Z.B. Prädikatenlogik 2. Stufe.
- 3 **Philosophische Logik.** Spezifisch philosophische logische Wörter, z.B. Modallogik, Normenlogik, Zeitlogik, ...
- 4 **Nicht-klassische Logik.** Grundannahmen der klassischen Logik gelten nicht, etwa das Bivalenzprinzip, das ontologische Gewicht des Existenzquantors (das manche sehen) oder das *ex falso quodlibet*.
- 5 **Philosophie der Logik.** Spezielle Wissenschaftstheorie: philosophische Fragen rund um die Logik.
- 6 **Metalogik.** Untersuchung der Logik mit logischen Methoden, z.B. Modelltheorie, Kalkültheorie, Definitionslehre . . . .

# Logik-Lehrveranstaltungen

- 1 **Elementare Logik.** Hier Voraussetzung.
- 2 **Höhere Logik.** Z.B. Prädikatenlogik 2. Stufe.
- 3 **Philosophische Logik.** Spezifisch philosophische logische Wörter, z.B. Modallogik, Normenlogik, Zeitlogik, ...
- 4 **Nicht-klassische Logik.** Grundannahmen der klassischen Logik gelten nicht, etwa das Bivalenzprinzip, das ontologische Gewicht des Existenzquantors (das manche sehen) oder das *ex falso quodlibet*.
- 5 **Philosophie der Logik.** Spezielle Wissenschaftstheorie: philosophische Fragen rund um die Logik.
- 6 **Metalogik.** Untersuchung der Logik mit logischen Methoden, z.B. Modelltheorie, Kalkültheorie, Definitionslehre ...

# Logik-Lehrveranstaltungen

- 1 **Elementare Logik.** Hier Voraussetzung.
- 2 **Höhere Logik.** Z.B. Prädikatenlogik 2. Stufe.
- 3 **Philosophische Logik.** Spezifisch philosophische logische Wörter, z.B. Modallogik, Normenlogik, Zeitlogik, ...
- 4 **Nicht-klassische Logik.** Grundannahmen der klassischen Logik gelten nicht, etwa das Bivalenzprinzip, das ontologische Gewicht des Existenzquantors (das manche sehen) oder das *ex falso quodlibet*.
- 5 **Philosophie der Logik.** Spezielle Wissenschaftstheorie: philosophische Fragen rund um die Logik.
- 6 **Metalogik.** Untersuchung der Logik mit logischen Methoden, z.B. Modelltheorie, Kalkültheorie, Definitionslehre ...

# Logik-Lehrveranstaltungen

- 1 **Elementare Logik.** Hier Voraussetzung.
- 2 **Höhere Logik.** Z.B. Prädikatenlogik 2. Stufe.
- 3 **Philosophische Logik.** Spezifisch philosophische logische Wörter, z.B. Modallogik, Normenlogik, Zeitlogik, ...
- 4 **Nicht-klassische Logik.** Grundannahmen der klassischen Logik gelten nicht, etwa das Bivalenzprinzip, das ontologische Gewicht des Existenzquantors (das manche sehen) oder das *ex falso quodlibet*.
- 5 **Philosophie der Logik.** Spezielle Wissenschaftstheorie: philosophische Fragen rund um die Logik.
- 6 **Metalogik.** Untersuchung der Logik mit logischen Methoden, z.B. Modelltheorie, Kalkültheorie, Definitionslehre . . . .

# Logik-Lehrveranstaltungen

- 1 **Elementare Logik.** Hier Voraussetzung.
- 2 **Höhere Logik.** Z.B. Prädikatenlogik 2. Stufe.
- 3 **Philosophische Logik.** Spezifisch philosophische logische Wörter, z.B. Modallogik, Normenlogik, Zeitlogik, ...
- 4 **Nicht-klassische Logik.** Grundannahmen der klassischen Logik gelten nicht, etwa das Bivalenzprinzip, das ontologische Gewicht des Existenzquantors (das manche sehen) oder das *ex falso quodlibet*.
- 5 **Philosophie der Logik.** Spezielle Wissenschaftstheorie: philosophische Fragen rund um die Logik.
- 6 **Metalogik.** Untersuchung der Logik mit logischen Methoden, z.B. Modelltheorie, Kalkültheorie, Definitionslehre ....

# Kurzer Refresher

- 1 Wenn  $A_1, \dots, A_n \models B$ , dann  $A_1, \dots, A_n \vdash B$ . (Vollständigkeit der Prädikatenlogik)
- 2 Wenn  $A_1, \dots, A_n \vdash B$ , dann  $A_1, \dots, A_n \models B$ . (Korrektheit der Prädikatenlogik)
- 3  $A_1, \dots, A_n \models B$  gdw.  $((A_1 \wedge A_2 \wedge \dots \wedge A_n) \rightarrow B)$  logisch wahr ist. (Eine Argumentform ist gültig gdw. die ihr zugeordnete Implikationsformel logisch wahr ist.)
- 4  $A_1, \dots, A_n \models B$  gdw. die Satzmenge  $\{A_1, A_2, \dots, A_n, \neg B\}$  unerfüllbar ist. (Der Zusammenhang zwischen logischem Folgen und (Un-)Erfüllbarkeit.)

# Kurzer Refresher

- 1 Wenn  $A_1, \dots, A_n \models B$ , dann  $A_1, \dots, A_n \vdash B$ . (Vollständigkeit der Prädikatenlogik)
- 2 Wenn  $A_1, \dots, A_n \vdash B$ , dann  $A_1, \dots, A_n \models B$ . (Korrektheit der Prädikatenlogik)
- 3  $A_1, \dots, A_n \models B$  gdw.  $((A_1 \wedge A_2 \wedge \dots \wedge A_n) \rightarrow B)$  logisch wahr ist. (Eine Argumentform ist gültig gdw. die ihr zugeordnete Implikationsformel logisch wahr ist.)
- 4  $A_1, \dots, A_n \models B$  gdw. die Satzmenge  $\{A_1, A_2, \dots, A_n, \neg B\}$  unerfüllbar ist. (Der Zusammenhang zwischen logischem Folgen und (Un-)Erfüllbarkeit.)

# Kurzer Refresher

- 1 Wenn  $A_1, \dots, A_n \models B$ , dann  $A_1, \dots, A_n \vdash B$ . (Vollständigkeit der Prädikatenlogik)
- 2 Wenn  $A_1, \dots, A_n \vdash B$ , dann  $A_1, \dots, A_n \models B$ . (Korrektheit der Prädikatenlogik)
- 3  $A_1, \dots, A_n \models B$  gdw.  $((A_1 \wedge A_2 \wedge \dots \wedge A_n) \rightarrow B)$  logisch wahr ist. (Eine Argumentform ist gültig gdw. die ihr zugeordnete Implikationsformel logisch wahr ist.)
- 4  $A_1, \dots, A_n \models B$  gdw. die Satzmenge  $\{A_1, A_2, \dots, A_n, \neg B\}$  unerfüllbar ist. (Der Zusammenhang zwischen logischem Folgen und (Un-)Erfüllbarkeit.)

# Was Unentscheidbarkeit nicht ist

- Gegenwärtige Unmöglichkeit, eine Entscheidung zu fällen, weil nötige Kenntnisse oder Daten fehlen.
- Die Verhinderung einer Entscheidung durch vage Begriffe.
- Die Tatsache, dass bisher noch keine Entscheidung vorliegt (etwa weil noch niemand einen Beweis gefunden hat).
- Die Möglichkeit, auf beliebigem Wege (also nicht nur durch einen Kalkül) zu einer Entscheidung zu gelangen.
- Die Unmöglichkeit, irgendeine bestimmte gültige Folgerung abzuleiten.

Auch nicht: *Rational-Choice*-Theorie oder Frage nach der Moralität problematischer Entscheidungen

# Was Unentscheidbarkeit nicht ist

- Gegenwärtige Unmöglichkeit, eine Entscheidung zu fällen, weil nötige Kenntnisse oder Daten fehlen.
- Die Verhinderung einer Entscheidung durch vage Begriffe.
- Die Tatsache, dass bisher noch keine Entscheidung vorliegt (etwa weil noch niemand einen Beweis gefunden hat).
- Die Möglichkeit, auf beliebigem Wege (also nicht nur durch einen Kalkül) zu einer Entscheidung zu gelangen.
- Die Unmöglichkeit, irgendeine bestimmte gültige Folgerung abzuleiten.

Auch nicht: *Rational-Choice*-Theorie oder Frage nach der Moralität problematischer Entscheidungen

# Was Unentscheidbarkeit nicht ist

- Gegenwärtige Unmöglichkeit, eine Entscheidung zu fällen, weil nötige Kenntnisse oder Daten fehlen.
- Die Verhinderung einer Entscheidung durch vage Begriffe.
- Die Tatsache, dass bisher noch keine Entscheidung vorliegt (etwa weil noch niemand einen Beweis gefunden hat).
- Die Möglichkeit, auf beliebigem Wege (also nicht nur durch einen Kalkül) zu einer Entscheidung zu gelangen.
- Die Unmöglichkeit, irgendeine bestimmte gültige Folgerung abzuleiten.

Auch nicht: *Rational-Choice*-Theorie oder Frage nach der Moralität problematischer Entscheidungen

# Was Unentscheidbarkeit nicht ist

- Gegenwärtige Unmöglichkeit, eine Entscheidung zu fällen, weil nötige Kenntnisse oder Daten fehlen.
- Die Verhinderung einer Entscheidung durch vage Begriffe.
- Die Tatsache, dass bisher noch keine Entscheidung vorliegt (etwa weil noch niemand einen Beweis gefunden hat).
- Die Möglichkeit, auf beliebigem Wege (also nicht nur durch einen Kalkül) zu einer Entscheidung zu gelangen.
- Die Unmöglichkeit, irgendeine bestimmte gültige Folgerung abzuleiten.

Auch nicht: *Rational-Choice*-Theorie oder Frage nach der Moralität problematischer Entscheidungen

# Was Unentscheidbarkeit nicht ist

- Gegenwärtige Unmöglichkeit, eine Entscheidung zu fällen, weil nötige Kenntnisse oder Daten fehlen.
- Die Verhinderung einer Entscheidung durch vage Begriffe.
- Die Tatsache, dass bisher noch keine Entscheidung vorliegt (etwa weil noch niemand einen Beweis gefunden hat).
- Die Möglichkeit, auf beliebigem Wege (also nicht nur durch einen Kalkül) zu einer Entscheidung zu gelangen.
- Die Unmöglichkeit, irgendeine bestimmte gültige Folgerung abzuleiten.

Auch nicht: *Rational-Choice*-Theorie oder Frage nach der Moralität problematischer Entscheidungen

# Was Unentscheidbarkeit nicht ist

- Gegenwärtige Unmöglichkeit, eine Entscheidung zu fällen, weil nötige Kenntnisse oder Daten fehlen.
- Die Verhinderung einer Entscheidung durch vage Begriffe.
- Die Tatsache, dass bisher noch keine Entscheidung vorliegt (etwa weil noch niemand einen Beweis gefunden hat).
- Die Möglichkeit, auf beliebigem Wege (also nicht nur durch einen Kalkül) zu einer Entscheidung zu gelangen.
- Die Unmöglichkeit, irgendeine bestimmte gültige Folgerung abzuleiten.

Auch nicht: *Rational-Choice*-Theorie oder Frage nach der Moralität problematischer Entscheidungen

# Was uns erwartet

- 1 arithmetische Funktionen
- 2 der infinite Abacus nach Joachim Lambek
  - Abacus-Programme
  - Berechnungen des Abacus
- 3 das Halteproblem für den Abacus
- 4 mit Berechnungen des Abacus assoziierte Argumentformen

Der Schluss auf die Unentscheidbarkeit der Prädikatenlogik wird dann ein einfacher *modus tollens* sein.

# Was uns erwartet

- 1 arithmetische Funktionen
- 2 der infinite Abacus nach Joachim Lambek
  - Abacus-Programme
  - Berechnungen des Abacus
- 3 das Halteproblem für den Abacus
- 4 mit Berechnungen des Abacus assoziierte Argumentformen

Der Schluss auf die Unentscheidbarkeit der Prädikatenlogik wird dann ein einfacher *modus tollens* sein.

# Was uns erwartet

- 1 arithmetische Funktionen
- 2 der infinite Abacus nach Joachim Lambek
  - Abacus-Programme
  - Berechnungen des Abacus
- 3 das Halteproblem für den Abacus
- 4 mit Berechnungen des Abacus assoziierte Argumentformen

Der Schluss auf die Unentscheidbarkeit der Prädikatenlogik wird dann ein einfacher *modus tollens* sein.

# Was uns erwartet

- 1 arithmetische Funktionen
- 2 der infinite Abacus nach Joachim Lambek
  - Abacus-Programme
  - Berechnungen des Abacus
- 3 das Halteproblem für den Abacus
- 4 mit Berechnungen des Abacus assoziierte Argumentformen

Der Schluss auf die Unentscheidbarkeit der Prädikatenlogik wird dann ein einfacher *modus tollens* sein.

# Was uns erwartet

- 1 arithmetische Funktionen
- 2 der infinite Abacus nach Joachim Lambek
  - Abacus-Programme
  - Berechnungen des Abacus
- 3 das Halteproblem für den Abacus
- 4 mit Berechnungen des Abacus assoziierte Argumentformen

Der Schluss auf die Unentscheidbarkeit der Prädikatenlogik wird dann ein einfacher *modus tollens* sein.

# Was uns erwartet

- 1 arithmetische Funktionen
- 2 der infinite Abacus nach Joachim Lambek
  - Abacus-Programme
  - Berechnungen des Abacus
- 3 das Halteproblem für den Abacus
- 4 mit Berechnungen des Abacus assoziierte Argumentformen

Der Schluss auf die Unentscheidbarkeit der Prädikatenlogik wird dann ein einfacher *modus tollens* sein.

# Ende

Ich wünsche Ihnen einen guten Start  
in das neue Semester

und viel Erfolg  
mit Alonzo Church

sowie in Ihren übrigen Lehrveranstaltungen!