Der Satzvorrat der Aussagenlogik

Michael Matzer

3. April 2019

Inhalt

Alphabet / Lexikon: Zeichenvorrat

1. Aussagenvariablen: p_1, p_2, p_3, ...
2. 5 Junktoren:

$\neg$	der Negator	das Non
$\wedge$	der Konjunktor	das Et
$\vee$	der Disjunktor	das Vel
$\rightarrow$	der Pfeil	
$\leftrightarrow$	der Doppelpfeil	

3. 2 Gliederungszeichen:

(	die öffnende runde Klammer	Klammer auf
)	die schließende runde Klammer	Klammer zu

Konvention

Statt ‚p_1', ‚p_2', ‚p_3', ... für Aussagenvariablen schreiben wir auch ‚p', ‚q', ‚r', ‚s', ‚t', ...

Alphabet / Lexikon: Zeichenvorrat

1. Aussagenvariablen: $p_1, p_2, p_3, \ldots$
2. 5 Junktoren:

$\neg$	der Negator	das Non
$\wedge$	der Konjunktor	das Et
$\vee$	der Disjunktor	das Vel
$\rightarrow$	der Pfeil	
$\leftrightarrow$	der Doppelpfeil	

3. 2 Gliederungszeichen:

(	die öffnende runde Klammer	Klammer auf
)	die schließende runde Klammer	Klammer zu

Konvention

Statt ‚p_1', ‚p_2', ‚p_3', ... für Aussagenvariablen schreiben wir auch ‚p', ‚q', ‚r', ‚s', ‚t', ...

Alphabet / Lexikon: Zeichenvorrat

1. Aussagenvariablen: p_1, p_2, p_3, . . .
2. 5 Junktoren:

$\neg$	der Negator	das Non
$\wedge$	der Konjunktor	das Et
$\vee$	der Disjunktor	das Vel
$\rightarrow$	der Pfeil	
$\leftrightarrow$	der Doppelpfeil	

3. 2 Gliederungszeichen:

(	die öffnende runde Klammer	Klammer auf
)	die schließende runde Klammer	Klammer zu

Konvention

Statt ‚p_1', ‚p_2', ‚p_3', . . . für Aussagenvariablen schreiben wir auch ‚p', ‚q', ‚r', ‚s', ‚t', ...

Alphabet / Lexikon: Zeichenvorrat

1. Aussagenvariablen: p_1, p_2, p_3, ...
2. 5 Junktoren:

$\neg$	der Negator	das Non
$\wedge$	der Konjunktor	das Et
$\vee$	der Disjunktor	das Vel
$\rightarrow$	der Pfeil	
$\leftrightarrow$	der Doppelpfeil	

3. 2 Gliederungszeichen:

(	die öffnende runde Klammer	Klammer auf
)	die schließende runde Klammer	Klammer zu

Konvention

Statt ‚p_1', ‚p_2', ‚p_3', ... für Aussagenvariablen schreiben wir auch ‚p', ‚q', ‚r', ‚s', ‚t', ...

Alphabet / Lexikon: Zeichenvorrat

1. Aussagenvariablen: p_1, p_2, p_3, ...
2. 5 Junktoren:

$\neg$	der Negator	das Non
$\wedge$	der Konjunktor	das Et
$\vee$	der Disjunktor	das Vel
$\rightarrow$	der Pfeil	
$\leftrightarrow$	der Doppelpfeil	

3. 2 Gliederungszeichen:

(	die öffnende runde Klammer	Klammer auf
)	die schließende runde Klammer	Klammer zu

Konvention

Statt ‚p_1', ‚p_2', ‚p_3', ... für Aussagenvariablen schreiben wir auch ‚p', ‚q', ‚r', ‚s', ‚t', ...

Alphabet / Lexikon: Zeichenvorrat

1. Aussagenvariablen: $p_1, p_2, p_3, \ldots$
2. 5 Junktoren:

$\neg$	der Negator	das Non
$\wedge$	der Konjunktor	das Et
$\vee$	der Disjunktor	das Vel
$\rightarrow$	der Pfeil	
$\leftrightarrow$	der Doppelpfeil	

3. 2 Gliederungszeichen:

(	die öffnende runde Klammer	Klammer auf
)	die schließende runde Klammer	Klammer zu

Konvention

Statt ‚p_1', ‚p_2', ‚p_3', ... für Aussagenvariablen schreiben wir auch ‚p', ‚q', ‚r', ‚s', ‚t', ...

Alphabet / Lexikon: Zeichenvorrat

1. Aussagenvariablen: $p_1, p_2, p_3, \ldots$
2. 5 Junktoren:

$\neg$	der Negator	das Non
$\wedge$	der Konjunktor	das Et
$\vee$	der Disjunktor	das Vel
$\rightarrow$	der Pfeil	
$\leftrightarrow$	der Doppelpfeil	

3. 2 Gliederungszeichen:

(	die öffnende runde Klammer	Klammer auf
)	die schließende runde Klammer	Klammer zu

Konvention

Statt ‚p_1', ‚p_2', ‚p_3', ... für Aussagenvariablen schreiben wir auch ‚p', ‚q', ‚r', ‚s', ‚t', ...

Alphabet / Lexikon: Zeichenvorrat

1. Aussagenvariablen: p_1, p_2, p_3, ...
2. 5 Junktoren:

$\neg$	der Negator	das Non
$\wedge$	der Konjunktor	das Et
$\vee$	der Disjunktor	das Vel
$\rightarrow$	der Pfeil	
$\leftrightarrow$	der Doppelpfeil	

3. 2 Gliederungszeichen:

(	die öffnende runde Klammer	Klammer auf
)	die schließende runde Klammer	Klammer zu

Konvention

Statt ‚p_1', ‚p_2', ‚p_3', ... für Aussagenvariablen schreiben wir auch ‚p', ‚q', ‚r', ‚s', ‚t', ...

Alphabet / Lexikon: Zeichenvorrat

1. Aussagenvariablen: p_1, p_2, p_3, ...
2. 5 Junktoren:

$\neg$	der Negator	das Non
$\wedge$	der Konjunktor	das Et
$\vee$	der Disjunktor	das Vel
$\rightarrow$	der Pfeil	
$\leftrightarrow$	der Doppelpfeil	

3. 2 Gliederungszeichen:

(	die öffnende runde Klammer	Klammer auf
)	die schließende runde Klammer	Klammer zu

Konvention

Statt ‚p_1', ‚p_2', ‚p_3', ... für Aussagenvariablen schreiben wir auch ‚p', ‚q', ‚r', ‚s', ‚t', ...

Satzvorrat

Definition (Formel / Satz)

1. Jede Aussagenvariable ist eine Formel.
2. Sei A eine Formel. Dann ist auch eine Formel:
   - $\neg A$ (Negationsformel)
3. Seien A und B Formeln. Dann sind auch Formeln:
   1. $(A \wedge B)$ (Konjunktionsformel)
   2. $(A \vee B)$ (Disjunktionsformel)
   3. $(A \rightarrow B)$ (Implikationsformel)
   4. $(A \leftrightarrow B)$ (Äquivalenzformel)
4. Sonst ist nichts eine Formel.

Nomenklatur

(1): atomare Formeln — (2) und (3): molekulare Formeln.

Satzvorrat

Definition (Formel / Satz)

1. Jede Aussagenvariable ist eine Formel.
2. Sei A eine Formel. Dann ist auch eine Formel:
   - $\neg A$ (Negationsformel)
3. Seien A und B Formeln. Dann sind auch Formeln:
   1. $(A \wedge B)$ (Konjunktionsformel)
   2. $(A \vee B)$ (Disjunktionsformel)
   3. $(A \rightarrow B)$ (Implikationsformel)
   4. $(A \leftrightarrow B)$ (Äquivalenzformel)
4. Sonst ist nichts eine Formel.

Nomenklatur

(1): atomare Formeln — (2) und (3): molekulare Formeln.

Satzvorrat

Definition (Formel / Satz)

1. Jede Aussagenvariable ist eine Formel.
2. Sei A eine Formel. Dann ist auch eine Formel:
   - $\neg A$ (Negationsformel)
3. Seien A und B Formeln. Dann sind auch Formeln:
   1. $(A \wedge B)$ (Konjunktionsformel)
   2. $(A \vee B)$ (Disjunktionsformel)
   3. $(A \rightarrow B)$ (Implikationsformel)
   4. $(A \leftrightarrow B)$ (Äquivalenzformel)
4. Sonst ist nichts eine Formel.

Nomenklatur

(1): atomare Formeln — (2) und (3): molekulare Formeln.

Satzvorrat

Definition (Formel / Satz)

1. Jede Aussagenvariable ist eine Formel.
2. Sei A eine Formel. Dann ist auch eine Formel:
   - $\neg A$ (Negationsformel)
3. Seien A und B Formeln. Dann sind auch Formeln:
   1. $(A \wedge B)$ (Konjunktionsformel)
   2. $(A \vee B)$ (Disjunktionsformel)
   3. $(A \rightarrow B)$ (Implikationsformel)
   4. $(A \leftrightarrow B)$ (Äquivalenzformel)
4. Sonst ist nichts eine Formel.

Nomenklatur

(1): atomare Formeln — (2) und (3): molekulare Formeln.

Satzvorrat

Definition (Formel / Satz)

1. Jede Aussagenvariable ist eine Formel.
2. Sei A eine Formel. Dann ist auch eine Formel:
   - $\neg A$ (Negationsformel)
3. Seien A und B Formeln. Dann sind auch Formeln:
   1. $(A \wedge B)$ (Konjunktionsformel)
   2. $(A \vee B)$ (Disjunktionsformel)
   3. $(A \rightarrow B)$ (Implikationsformel)
   4. $(A \leftrightarrow B)$ (Äquivalenzformel)
4. Sonst ist nichts eine Formel.

Nomenklatur

(1): atomare Formeln — (2) und (3): molekulare Formeln.

Satzvorrat

Definition (Formel / Satz)

1. Jede Aussagenvariable ist eine Formel.
2. Sei A eine Formel. Dann ist auch eine Formel:
   - $\neg A$ (Negationsformel)
3. Seien A und B Formeln. Dann sind auch Formeln:
   1. $(A \wedge B)$ (Konjunktionsformel)
   2. $(A \vee B)$ (Disjunktionsformel)
   3. $(A \rightarrow B)$ (Implikationsformel)
   4. $(A \leftrightarrow B)$ (Äquivalenzformel)
4. Sonst ist nichts eine Formel.

Nomenklatur

(1): atomare Formeln — (2) und (3): molekulare Formeln.

Satzvorrat

Definition (Formel / Satz)

1. Jede Aussagenvariable ist eine Formel.
2. Sei A eine Formel. Dann ist auch eine Formel:
   - $\neg A$ (Negationsformel)
3. Seien A und B Formeln. Dann sind auch Formeln:
   1. $(A \wedge B)$ (Konjunktionsformel)
   2. $(A \vee B)$ (Disjunktionsformel)
   3. $(A \rightarrow B)$ (Implikationsformel)
   4. $(A \leftrightarrow B)$ (Äquivalenzformel)
4. Sonst ist nichts eine Formel.

Nomenklatur

(1): atomare Formeln — (2) und (3): molekulare Formeln.

Satzvorrat

Definition (Formel / Satz)

1. Jede Aussagenvariable ist eine Formel.
2. Sei A eine Formel. Dann ist auch eine Formel:
   - $\neg A$ (Negationsformel)
3. Seien A und B Formeln. Dann sind auch Formeln:
   1. $(A \wedge B)$ (Konjunktionsformel)
   2. $(A \vee B)$ (Disjunktionsformel)
   3. $(A \rightarrow B)$ (Implikationsformel)
   4. $(A \leftrightarrow B)$ (Äquivalenzformel)
4. Sonst ist nichts eine Formel.

Nomenklatur

(1): atomare Formeln — (2) und (3): molekulare Formeln.

Formeln und Sätze

In der Aussagenlogik gilt: Jede Formel ist ein Satz, und jeder Satz ist ein Formel.

$\Rightarrow$ Wir werden später mindestens ein Logiksystem kennenlernen, in dem das nicht gilt: in dem zwar jeder Satz eine Formel, aber nicht jede Formel ein Satz ist.

Formeln und Sätze

In der Aussagenlogik gilt: Jede Formel ist ein Satz, und jeder Satz ist ein Formel.

$\Rightarrow$ Wir werden später mindestens ein Logiksystem kennenlernen, in dem das nicht gilt: in dem zwar jeder Satz eine Formel, aber nicht jede Formel ein Satz ist.

Hauptjunktor einer Formel

Definition: Hauptjunktor einer Formel

Für alle molekularen Formeln A gilt: Der *Hauptjunktor* von A ist jener Junktor, der durch die letzte Regelanwendung beim Aufbau von A angebracht wurde.

Korollar

Für alle molekularen Formeln A gilt: Der *Hauptjunktor* von A ist jener Junktor, nach dem A als Negationsformel, Konjunktionsformel etc. benannt ist.

Hauptjunktor einer Formel

Definition: Hauptjunktor einer Formel

Für alle molekularen Formeln A gilt: Der *Hauptjunktor* von A ist jener Junktor, der durch die letzte Regelanwendung beim Aufbau von A angebracht wurde.

Korollar

Für alle molekularen Formeln A gilt: Der *Hauptjunktor* von A ist jener Junktor, nach dem A als Negationsformel, Konjunktionsformel etc. benannt ist.

Beispiele

Beispiel 1

‚$((p_1 \wedge \neg p_2) \vee p_3)$' ist eine *Disjunktionsformel*.

- ‚p_1', ‚p_2' und ‚p_3' sind Formeln (atomare Formeln).
- ‚$\neg p_2$' ist eine Formel (Negationsformel).
- ‚$(p_1 \wedge \neg p_2)$' ist eine Formel (Konjunktionsformel).
- ‚$((p_1 \wedge \neg p_2) \vee p_3)$' ist eine Formel (Disjunktionsformel).

- Wir haben bei unserer Analyse die komplette Zeichenreihe aufgebraucht, und damit ist sie eine Formel im Sinne unserer Definition.
- Hauptjunktor ist der (einzige in der Formel vorkommende) Disjunktor.

Beispiele

Beispiel 1

‚$((p_1 \land \neg p_2) \lor p_3)$' ist eine *Disjunktionsformel*.

- ‚p_1', ‚p_2' und ‚p_3' sind Formeln (atomare Formeln).
- ‚$\neg p_2$' ist eine Formel (Negationsformel).
- ‚$(p_1 \land \neg p_2)$' ist eine Formel (Konjunktionsformel).
- ‚$((p_1 \land \neg p_2) \lor p_3)$' ist eine Formel (Disjunktionsformel).

- Wir haben bei unserer Analyse die komplette Zeichenreihe aufgebraucht, und damit ist sie eine Formel im Sinne unserer Definition.
- Hauptjunktor ist der (einzige in der Formel vorkommende) Disjunktor.

Beispiele

Beispiel 1

‚$((p_1 \wedge \neg p_2) \vee p_3)$' ist eine *Disjunktionsformel*.

- ‚p_1', ‚p_2' und ‚p_3' sind Formeln (atomare Formeln).
- ‚$\neg p_2$' ist eine Formel (Negationsformel).
- ‚$(p_1 \wedge \neg p_2)$' ist eine Formel (Konjunktionsformel).
- ‚$((p_1 \wedge \neg p_2) \vee p_3)$' ist eine Formel (Disjunktionsformel).

- Wir haben bei unserer Analyse die komplette Zeichenreihe aufgebraucht, und damit ist sie eine Formel im Sinne unserer Definition.
- Hauptjunktor ist der (einzige in der Formel vorkommende) Disjunktor.

Beispiele

Beispiel 1

‚$((p_1 \wedge \neg p_2) \vee p_3)$' ist eine *Disjunktionsformel*.

- ‚p_1', ‚p_2' und ‚p_3' sind Formeln (atomare Formeln).
- ‚$\neg p_2$' ist eine Formel (Negationsformel).
- ‚$(p_1 \wedge \neg p_2)$' ist eine Formel (Konjunktionsformel).
- ‚$((p_1 \wedge \neg p_2) \vee p_3)$' ist eine Formel (Disjunktionsformel).
- Wir haben bei unserer Analyse die komplette Zeichenreihe aufgebraucht, und damit ist sie eine Formel im Sinne unserer Definition.
- Hauptjunktor ist der (einzige in der Formel vorkommende) Disjunktor.

Beispiele

Beispiel 1

,$((p_1 \wedge \neg p_2) \vee p_3)$' ist eine *Disjunktionsformel*.

- ,p_1', ,p_2' und ,p_3' sind Formeln (atomare Formeln).
- ,$\neg p_2$' ist eine Formel (Negationsformel).
- ,$(p_1 \wedge \neg p_2)$' ist eine Formel (Konjunktionsformel).
- ,$((p_1 \wedge \neg p_2) \vee p_3)$' ist eine Formel (Disjunktionsformel).
- Wir haben bei unserer Analyse die komplette Zeichenreihe aufgebraucht, und damit ist sie eine Formel im Sinne unserer Definition.
- Hauptjunktor ist der (einzige in der Formel vorkommende) Disjunktor.

Beispiele

Beispiel 1

‚$((p_1 \wedge \neg p_2) \vee p_3)$' ist eine *Disjunktionsformel*.

- ‚p_1', ‚p_2' und ‚p_3' sind Formeln (atomare Formeln).
- ‚$\neg p_2$' ist eine Formel (Negationsformel).
- ‚$(p_1 \wedge \neg p_2)$' ist eine Formel (Konjunktionsformel).
- ‚$((p_1 \wedge \neg p_2) \vee p_3)$' ist eine Formel (Disjunktionsformel).

- Wir haben bei unserer Analyse die komplette Zeichenreihe aufgebraucht, und damit ist sie eine Formel im Sinne unserer Definition.
- Hauptjunktor ist der (einzige in der Formel vorkommende) Disjunktor.

Beispiele

Beispiel 1

‚$((p_1 \wedge \neg p_2) \vee p_3)$' ist eine *Disjunktionsformel*.

- ‚p_1', ‚p_2' und ‚p_3' sind Formeln (atomare Formeln).
- ‚$\neg p_2$' ist eine Formel (Negationsformel).
- ‚$(p_1 \wedge \neg p_2)$' ist eine Formel (Konjunktionsformel).
- ‚$((p_1 \wedge \neg p_2) \vee p_3)$' ist eine Formel (Disjunktionsformel).

- Wir haben bei unserer Analyse die komplette Zeichenreihe aufgebraucht, und damit ist sie eine Formel im Sinne unserer Definition.
- Hauptjunktor ist der (einzige in der Formel vorkommende) Disjunktor.

Beispiel 2

‚$((p \vee q) \leftrightarrow (\neg(r \wedge \neg\neg s)))$'ist *keine Formel*.

- ‚p', ‚q', ‚r' und ‚s' sind Formeln (atomare Formeln).
- ‚$(p \vee q)$' ist eine Formel (Disjunktionsformel).
- ‚$\neg s$' ist eine Formel (Negationsformel).
- ‚$\neg\neg s$' ist eine Formel (Negationsformel).
- ‚$(r \wedge \neg\neg s)$' ist eine Formel (Konjunktionsformel).
- ‚$\neg(r \wedge \neg\neg s)$' ist eine Formel (Negationsformel).
- … und jetzt geht es nicht mehr weiter!

Wir haben keine Regel, nach der die Teilzeichenreihe ‚$(\neg(r \wedge \neg\neg s))$' als Formel erweisbar wäre: Einzelne Formeln dürfen nie in ein paar runder Klammern geschlossen werden. Damit haben wir bei unserer Analyse nicht die komplette Zeichenreihe aufgebraucht, und daher ist sie *keine Formel*.

Beispiel 2

‚$((p \vee q) \leftrightarrow (\neg(r \wedge \neg\neg s)))$'ist *keine Formel*.

- ‚p', ‚q', ‚r' und ‚s' sind Formeln (atomare Formeln).
- ‚$(p \vee q)$' ist eine Formel (Disjunktionsformel).
- ‚$\neg s$' ist eine Formel (Negationsformel).
- ‚$\neg\neg s$' ist eine Formel (Negationsformel).
- ‚$(r \wedge \neg\neg s)$' ist eine Formel (Konjunktionsformel).
- ‚$\neg(r \wedge \neg\neg s)$' ist eine Formel (Negationsformel).
- ... und jetzt geht es nicht mehr weiter!

Wir haben keine Regel, nach der die Teilzeichenreihe ‚$(\neg(r \wedge \neg\neg s))$' als Formel erweisbar wäre: Einzelne Formeln dürfen nie in ein paar runder Klammern geschlossen werden. Damit haben wir bei unserer Analyse nicht die komplette Zeichenreihe aufgebraucht, und daher ist sie *keine Formel*.

Beispiel 2

‚$((p \vee q) \leftrightarrow (\neg(r \wedge \neg\neg s)))$'ist *keine Formel*.

- ‚p', ‚q', ‚r' und ‚s' sind Formeln (atomare Formeln).
- ‚$(p \vee q)$' ist eine Formel (Disjunktionsformel).
- ‚$\neg s$' ist eine Formel (Negationsformel).
- ‚$\neg\neg s$' ist eine Formel (Negationsformel).
- ‚$(r \wedge \neg\neg s)$' ist eine Formel (Konjunktionsformel).
- ‚$\neg(r \wedge \neg\neg s)$' ist eine Formel (Negationsformel).
- ... und jetzt geht es nicht mehr weiter!

Wir haben keine Regel, nach der die Teilzeichenreihe ‚$(\neg(r \wedge \neg\neg s))$' als Formel erweisbar wäre: Einzelne Formeln dürfen nie in ein paar runder Klammern geschlossen werden. Damit haben wir bei unserer Analyse nicht die komplette Zeichenreihe aufgebraucht, und daher ist sie *keine Formel*.

Beispiel 2

‚$((p \vee q) \leftrightarrow (\neg(r \wedge \neg\neg s)))$'ist *keine Formel*.

- ‚p', ‚q', ‚r' und ‚s' sind Formeln (atomare Formeln).
- ‚$(p \vee q)$' ist eine Formel (Disjunktionsformel).
- ‚$\neg s$' ist eine Formel (Negationsformel).
- ‚$\neg\neg s$' ist eine Formel (Negationsformel).
- ‚$(r \wedge \neg\neg s)$' ist eine Formel (Konjunktionsformel).
- ‚$\neg(r \wedge \neg\neg s)$' ist eine Formel (Negationsformel).
- ... und jetzt geht es nicht mehr weiter!

Wir haben keine Regel, nach der die Teilzeichenreihe ‚$(\neg(r \wedge \neg\neg s))$' als Formel erweisbar wäre: Einzelne Formeln dürfen nie in ein paar runder Klammern geschlossen werden. Damit haben wir bei unserer Analyse nicht die komplette Zeichenreihe aufgebraucht, und daher ist sie *keine Formel*.

Beispiel 2

‚$((p \vee q) \leftrightarrow (\neg(r \wedge \neg\neg s)))$'ist *keine Formel*.

- ‚p', ‚q', ‚r' und ‚s' sind Formeln (atomare Formeln).
- ‚$(p \vee q)$' ist eine Formel (Disjunktionsformel).
- ‚$\neg s$' ist eine Formel (Negationsformel).
- ‚$\neg\neg s$' ist eine Formel (Negationsformel).
- ‚$(r \wedge \neg\neg s)$' ist eine Formel (Konjunktionsformel).
- ‚$\neg(r \wedge \neg\neg s)$' ist eine Formel (Negationsformel).
- ... und jetzt geht es nicht mehr weiter!

Wir haben keine Regel, nach der die Teilzeichenreihe ‚$(\neg(r \wedge \neg\neg s))$' als Formel erweisbar wäre: Einzelne Formeln dürfen nie in ein paar runder Klammern geschlossen werden. Damit haben wir bei unserer Analyse nicht die komplette Zeichenreihe aufgebraucht, und daher ist sie *keine Formel*.

Beispiel 2

‚$((p \vee q) \leftrightarrow (\neg(r \wedge \neg\neg s)))$'ist *keine Formel*.

- ‚p', ‚q', ‚r' und ‚s' sind Formeln (atomare Formeln).
- ‚$(p \vee q)$' ist eine Formel (Disjunktionsformel).
- ‚$\neg s$' ist eine Formel (Negationsformel).
- ‚$\neg\neg s$' ist eine Formel (Negationsformel).
- ‚$(r \wedge \neg\neg s)$' ist eine Formel (Konjunktionsformel).
- ‚$\neg(r \wedge \neg\neg s)$' ist eine Formel (Negationsformel).
- ... und jetzt geht es nicht mehr weiter!

Wir haben keine Regel, nach der die Teilzeichenreihe ‚$(\neg(r \wedge \neg\neg s))$' als Formel erweisbar wäre: Einzelne Formeln dürfen nie in ein paar runder Klammern geschlossen werden. Damit haben wir bei unserer Analyse nicht die komplette Zeichenreihe aufgebraucht, und daher ist sie *keine Formel*.

Beispiel 2

‚$((p \vee q) \leftrightarrow (\neg(r \wedge \neg\neg s)))$‘ist *keine Formel*.

- ‚p‘, ‚q‘, ‚r‘ und ‚s‘ sind Formeln (atomare Formeln).
- ‚$(p \vee q)$‘ ist eine Formel (Disjunktionsformel).
- ‚$\neg s$‘ ist eine Formel (Negationsformel).
- ‚$\neg\neg s$‘ ist eine Formel (Negationsformel).
- ‚$(r \wedge \neg\neg s)$‘ ist eine Formel (Konjunktionsformel).
- ‚$\neg(r \wedge \neg\neg s)$‘ ist eine Formel (Negationsformel).
- ... und jetzt geht es nicht mehr weiter!

Wir haben keine Regel, nach der die Teilzeichenreihe ‚$(\neg(r \wedge \neg\neg s))$‘ als Formel erweisbar wäre: Einzelne Formeln dürfen nie in ein paar runder Klammern geschlossen werden. Damit haben wir bei unserer Analyse nicht die komplette Zeichenreihe aufgebraucht, und daher ist sie *keine Formel*.

Beispiel 2

‚$((p \vee q) \leftrightarrow (\neg(r \wedge \neg\neg s)))$'ist *keine Formel*.

- ‚p', ‚q', ‚r' und ‚s' sind Formeln (atomare Formeln).
- ‚$(p \vee q)$' ist eine Formel (Disjunktionsformel).
- ‚$\neg s$' ist eine Formel (Negationsformel).
- ‚$\neg\neg s$' ist eine Formel (Negationsformel).
- ‚$(r \wedge \neg\neg s)$' ist eine Formel (Konjunktionsformel).
- ‚$\neg(r \wedge \neg\neg s)$' ist eine Formel (Negationsformel).
- ... und jetzt geht es nicht mehr weiter!

Wir haben keine Regel, nach der die Teilzeichenreihe ‚$(\neg(r \wedge \neg\neg s))$' als Formel erweisbar wäre: Einzelne Formeln dürfen nie in ein paar runder Klammern geschlossen werden. Damit haben wir bei unserer Analyse nicht die komplette Zeichenreihe aufgebraucht, und daher ist sie *keine Formel*.

Beispiel 2

‚$((p \vee q) \leftrightarrow (\neg(r \wedge \neg\neg s)))$'ist *keine Formel*.

- ‚p', ‚q', ‚r' und ‚s' sind Formeln (atomare Formeln).
- ‚$(p \vee q)$' ist eine Formel (Disjunktionsformel).
- ‚$\neg s$' ist eine Formel (Negationsformel).
- ‚$\neg\neg s$' ist eine Formel (Negationsformel).
- ‚$(r \wedge \neg\neg s)$' ist eine Formel (Konjunktionsformel).
- ‚$\neg(r \wedge \neg\neg s)$' ist eine Formel (Negationsformel).
- ... und jetzt geht es nicht mehr weiter!

Wir haben keine Regel, nach der die Teilzeichenreihe ‚$(\neg(r \wedge \neg\neg s))$' als Formel erweisbar wäre: Einzelne Formeln dürfen nie in ein paar runder Klammern geschlossen werden. Damit haben wir bei unserer Analyse nicht die komplette Zeichenreihe aufgebraucht, und daher ist sie *keine Formel*.

Beispiel 3

‚$(\neg(\neg s \vee r) \rightarrow \neg(p \rightarrow q))$' ist eine *Implikationsformel*.

- ‚s', ‚r', ‚p' und ‚q' sind Formeln (atomare Formeln).
- ‚$\neg s$' ist eine Formel (Negationsformel).
- ‚$(\neg s \vee r)$' ist eine Formel (Disjunktionsformel).
- ‚$\neg(\neg s \vee r)$' ist eine Formel (Negationsformel).
- ‚$(p \rightarrow q)$' ist eine Formel (Implikationsformel).
- ‚$\neg(p \rightarrow q)$' ist eine Formel (Negationsformel).
- ‚$(\neg(\neg s \vee r) \rightarrow \neg(p \rightarrow q))$' ist eine Formel (Implikationsformel).

- Wir haben bei unserer Analyse die komplette Zeichenreihe aufgebraucht, und damit ist sie eine Formel im Sinne unserer Definition.
- Hauptjunktor ist der erste in der Formel vorkommende Pfeil.

Beispiel 3

‚$(\neg(\neg s \vee r) \rightarrow \neg(p \rightarrow q))$' ist eine *Implikationsformel*.

- ‚s', ‚r', ‚p' und ‚q' sind Formeln (atomare Formeln).
- ‚$\neg s$' ist eine Formel (Negationsformel).
- ‚$(\neg s \vee r)$' ist eine Formel (Disjunktionsformel).
- ‚$\neg(\neg s \vee r)$' ist eine Formel (Negationsformel).
- ‚$(p \rightarrow q)$' ist eine Formel (Implikationsformel).
- ‚$\neg(p \rightarrow q)$' ist eine Formel (Negationsformel).
- ‚$(\neg(\neg s \vee r) \rightarrow \neg(p \rightarrow q))$' ist eine Formel (Implikationsformel).

- Wir haben bei unserer Analyse die komplette Zeichenreihe aufgebraucht, und damit ist sie eine Formel im Sinne unserer Definition.
- Hauptjunktor ist der erste in der Formel vorkommende Pfeil.

Beispiel 3

‚$(\neg(\neg s \vee r) \rightarrow \neg(p \rightarrow q))$' ist eine *Implikationsformel*.

- ‚s', ‚r', ‚p' und ‚q' sind Formeln (atomare Formeln).
- ‚$\neg s$' ist eine Formel (Negationsformel).
- ‚$(\neg s \vee r)$' ist eine Formel (Disjunktionsformel).
- ‚$\neg(\neg s \vee r)$' ist eine Formel (Negationsformel).
- ‚$(p \rightarrow q)$' ist eine Formel (Implikationsformel).
- ‚$\neg(p \rightarrow q)$' ist eine Formel (Negationsformel).
- ‚$(\neg(\neg s \vee r) \rightarrow \neg(p \rightarrow q))$' ist eine Formel (Implikationsformel).
- Wir haben bei unserer Analyse die komplette Zeichenreihe aufgebraucht, und damit ist sie eine Formel im Sinne unserer Definition.
- Hauptjunktor ist der erste in der Formel vorkommende Pfeil.

Beispiel 3

‚$(\neg(\neg s \vee r) \rightarrow \neg(p \rightarrow q))$' ist eine *Implikationsformel*.

- ‚s', ‚r', ‚p' und ‚q' sind Formeln (atomare Formeln).
- ‚$\neg s$' ist eine Formel (Negationsformel).
- ‚$(\neg s \vee r)$' ist eine Formel (Disjunktionsformel).
- ‚$\neg(\neg s \vee r)$' ist eine Formel (Negationsformel).
- ‚$(p \rightarrow q)$' ist eine Formel (Implikationsformel).
- ‚$\neg(p \rightarrow q)$' ist eine Formel (Negationsformel).
- ‚$(\neg(\neg s \vee r) \rightarrow \neg(p \rightarrow q))$' ist eine Formel (Implikationsformel).
- Wir haben bei unserer Analyse die komplette Zeichenreihe aufgebraucht, und damit ist sie eine Formel im Sinne unserer Definition.
- Hauptjunktor ist der erste in der Formel vorkommende Pfeil.

Beispiel 3

‚$(\neg(\neg s \vee r) \rightarrow \neg(p \rightarrow q))$' ist eine *Implikationsformel*.

- ‚s', ‚r', ‚p' und ‚q' sind Formeln (atomare Formeln).
- ‚$\neg s$' ist eine Formel (Negationsformel).
- ‚$(\neg s \vee r)$' ist eine Formel (Disjunktionsformel).
- ‚$\neg(\neg s \vee r)$' ist eine Formel (Negationsformel).
- ‚$(p \rightarrow q)$' ist eine Formel (Implikationsformel).
- ‚$\neg(p \rightarrow q)$' ist eine Formel (Negationsformel).
- ‚$(\neg(\neg s \vee r) \rightarrow \neg(p \rightarrow q))$' ist eine Formel (Implikationsformel).

- Wir haben bei unserer Analyse die komplette Zeichenreihe aufgebraucht, und damit ist sie eine Formel im Sinne unserer Definition.
- Hauptjunktor ist der erste in der Formel vorkommende Pfeil.

Beispiel 3

‚$(\neg(\neg s \vee r) \rightarrow \neg(p \rightarrow q))$' ist eine *Implikationsformel*.

- ‚s', ‚r', ‚p' und ‚q' sind Formeln (atomare Formeln).
- ‚$\neg s$' ist eine Formel (Negationsformel).
- ‚$(\neg s \vee r)$' ist eine Formel (Disjunktionsformel).
- ‚$\neg(\neg s \vee r)$' ist eine Formel (Negationsformel).
- ‚$(p \rightarrow q)$' ist eine Formel (Implikationsformel).
- ‚$\neg(p \rightarrow q)$' ist eine Formel (Negationsformel).
- ‚$(\neg(\neg s \vee r) \rightarrow \neg(p \rightarrow q))$' ist eine Formel (Implikationsformel).
- Wir haben bei unserer Analyse die komplette Zeichenreihe aufgebraucht, und damit ist sie eine Formel im Sinne unserer Definition.
- Hauptjunktor ist der erste in der Formel vorkommende Pfeil.

Beispiel 3

‚$(\neg(\neg s \vee r) \to \neg(p \to q))$‘ ist eine *Implikationsformel*.

- ‚s‘, ‚r‘, ‚p‘ und ‚q‘ sind Formeln (atomare Formeln).
- ‚$\neg s$‘ ist eine Formel (Negationsformel).
- ‚$(\neg s \vee r)$‘ ist eine Formel (Disjunktionsformel).
- ‚$\neg(\neg s \vee r)$‘ ist eine Formel (Negationsformel).
- ‚$(p \to q)$‘ ist eine Formel (Implikationsformel).
- ‚$\neg(p \to q)$‘ ist eine Formel (Negationsformel).
- ‚$(\neg(\neg s \vee r) \to \neg(p \to q))$‘ ist eine Formel (Implikationsformel).

- Wir haben bei unserer Analyse die komplette Zeichenreihe aufgebraucht, und damit ist sie eine Formel im Sinne unserer Definition.
- Hauptjunktor ist der erste in der Formel vorkommende Pfeil.

Beispiel 3

,$(\neg(\neg s \vee r) \to \neg(p \to q))$' ist eine *Implikationsformel*.

- ,s', ,r', ,p' und ,q' sind Formeln (atomare Formeln).
- ,$\neg s$' ist eine Formel (Negationsformel).
- ,$(\neg s \vee r)$' ist eine Formel (Disjunktionsformel).
- ,$\neg(\neg s \vee r)$' ist eine Formel (Negationsformel).
- ,$(p \to q)$' ist eine Formel (Implikationsformel).
- ,$\neg(p \to q)$' ist eine Formel (Negationsformel).
- ,$(\neg(\neg s \vee r) \to \neg(p \to q))$' ist eine Formel (Implikationsformel).
- Wir haben bei unserer Analyse die komplette Zeichenreihe aufgebraucht, und damit ist sie eine Formel im Sinne unserer Definition.
- Hauptjunktor ist der erste in der Formel vorkommende Pfeil.

Beispiel 3

‚$(\neg(\neg s \vee r) \rightarrow \neg(p \rightarrow q))$' ist eine *Implikationsformel*.

- ‚s', ‚r', ‚p' und ‚q' sind Formeln (atomare Formeln).
- ‚$\neg s$' ist eine Formel (Negationsformel).
- ‚$(\neg s \vee r)$' ist eine Formel (Disjunktionsformel).
- ‚$\neg(\neg s \vee r)$' ist eine Formel (Negationsformel).
- ‚$(p \rightarrow q)$' ist eine Formel (Implikationsformel).
- ‚$\neg(p \rightarrow q)$' ist eine Formel (Negationsformel).
- ‚$(\neg(\neg s \vee r) \rightarrow \neg(p \rightarrow q))$' ist eine Formel (Implikationsformel).

- Wir haben bei unserer Analyse die komplette Zeichenreihe aufgebraucht, und damit ist sie eine Formel im Sinne unserer Definition.
- Hauptjunktor ist der erste in der Formel vorkommende Pfeil.

Beispiel 3

‚$(\neg(\neg s \vee r) \to \neg(p \to q))$' ist eine *Implikationsformel*.

- ‚s', ‚r', ‚p' und ‚q' sind Formeln (atomare Formeln).
- ‚$\neg s$' ist eine Formel (Negationsformel).
- ‚$(\neg s \vee r)$' ist eine Formel (Disjunktionsformel).
- ‚$\neg(\neg s \vee r)$' ist eine Formel (Negationsformel).
- ‚$(p \to q)$' ist eine Formel (Implikationsformel).
- ‚$\neg(p \to q)$' ist eine Formel (Negationsformel).
- ‚$(\neg(\neg s \vee r) \to \neg(p \to q))$' ist eine Formel (Implikationsformel).

- Wir haben bei unserer Analyse die komplette Zeichenreihe aufgebraucht, und damit ist sie eine Formel im Sinne unserer Definition.
- Hauptjunktor ist der erste in der Formel vorkommende Pfeil.

Literatur

Leitgeb, Hannes: *Logik I. Eine Einführung in die klassische Aussagen- und Prädikatenlogik*, online verfügbar unter „http://www.mcmp.philosophie.uni-muenchen.de/students/course_material/script.pdf“, Zugriff am 11.5.2014.

Kamitz, Reinhard: *Logik — Faszination der Klarheit. Eine Einführung für Philosophinnen und Philosophen mit zahlreichen Anwendungsbeispielen*, 2 Bde., Wien u.a.: LIT Verlag 2007 (Einführungen Philosophie 11f.).