1 Kommutativität der Konjunktion

1. $(p \land q)$	(P1)
2. p	1., (SIMP1)
3. q	1., (SIMP2)
4. $(q \land p)$	3., 2., (KON)

2 Kommutativität der Äquivalenz

1. $(p \leftrightarrow q)$	(P1)
2. $(p \rightarrow q)$	1., (ÄQ-ELIM1)
3. $(q \rightarrow p)$	1., (ÄQ-ELIM2)
4. $(q \leftrightarrow p)$	3., 2., (ÄQ-EIN)

3 Kettenschluss (hypothetischer Syllogismus)

1. $(p \rightarrow q)$	(P1)
2. $(q \rightarrow r)$	(P2)
3. $\mid p$	(KB-Annahme)
4. $\mid q$	3., 1., (MP)
5. $\mid r$	4., 2., (MP)
6. $(p \rightarrow r)$	3.–5., (KB)

4 Satz vom Widerspruch

1. $\mid \neg\neg(p \land \neg p)$	(IB-Annahme)
2. $\mid (p \land \neg p)$	1., (DN1)
3. $\neg(p \land \neg p)$	1.–2., (IB)

5 Satz vom ausgeschlossenen Dritten

1. $\mid p$	(FU-Annahme 1)
2. $\mid (p \lor \neg p)$	1., (ADD1)
3. $\mid \neg p$	(FU-Annahme 2)
4. $\mid (p \lor \neg p)$	3., (ADD2)
5. $(p \lor \neg p)$	1.–4., (FU)

6 Kontraposition

1. $(p \rightarrow q)$	(P1)
2. $\mid \neg q$	(KB-Annahme)
3. $\mid \neg p$	1., 2., (MT)
4. $(\neg q \rightarrow \neg p)$	2.–3., (KB)

1. $(\neg p \rightarrow \neg q)$	(P1)
2. $\mid q$	(KB-Annahme)
3. $\mid \neg\neg q$	2., (DN2)
4. $\mid \neg\neg p$	1., 3., (DS2)
5. $\mid p$	4., (DN1)
6. $(q \rightarrow p)$	2.–5., (KB)

7 Konjunktiver Syllogismus

1. $\neg(p \wedge q)$	(P1)
2. p	(P2)
3. $\mid \neg\neg q$	(IB-Annahme)
4. $\mid q$	3., (DN2)
5. $\mid (p \wedge q)$	2., 4., (KON)
6. $\mid ((p \wedge q) \wedge \neg(p \wedge q))$	5., 1., (KON)
7. $\neg q$	3.–6., (IB)

8 Importation ...

1. $(p \rightarrow (q \rightarrow r))$	(P1)
2. $\mid (p \wedge q)$	(KB-Annahme)
3. $\mid p$	2., (SIMP1)
4. $\mid q$	2., (SIMP2)
5. $\mid (q \rightarrow r)$	3., 1., (MP)
6. $\mid r$	4., 5., (MP)
7. $((p \wedge q) \rightarrow r)$	2.–6., (KB)

9 ... und Exportation

1. $((p \wedge q) \rightarrow r)$	(P1)
2. $\mid p$	(KB-Annahme)
3. $\mid \mid q$	(KB-Annahme)
4. $\mid \mid (p \wedge q)$	2., 3., (KON)
5. $\mid \mid r$	4., 1., (MP)
6. $\mid (q \rightarrow r)$	3.–5., (KB)
7. $(p \rightarrow (q \rightarrow r))$	2.–6., (KB)

10 Destruktiver Syllogismus

1. $(p \rightarrow q)$	(P1)
2. $(p \rightarrow \neg q)$	(P2)
3. $\mid \neg\neg p$	(IB-Annahme)
4. $\mid p$	3., (DN2)
5. $\mid q$	4., 1., (MP)
6. $\mid \neg q$	4., 2., (MP)
7. $\mid (q \wedge \neg q)$	5., 6., (KON)
8. $\neg p$	3.–7., (IB)

11 Axiom der Konditionalisierung

1. $\mid p$	(KB-Annahme)
2. $\mid \mid q$	(KB-Annahme)
3. $\mid \mid p$	1., (TS)
4. $\mid (q \rightarrow p)$	2.–3., (KB)
5. $(p \rightarrow (q \rightarrow p))$	1.–4., (KB)

12 Gesetz des Duns Scotus

1. $\mid \neg p$	(KB-Annahme)
2. $\mid \mid p$	(KB-Annahme)
3. $\mid \mid q$	2., 1., (ECQ)
4. $\mid (p \to q)$	2.–3., (KB)
5. $(\neg p \to (p \to q))$	1.–4., (KB)

13 Pfeildistribution ...

1. $(p \to (q \wedge r))$	(P1)
2. $\mid p$	(KB-Annahme)
3. $\mid (q \wedge r)$	2., 1., (MP)
4. $\mid q$	3., (SIMP1)
5. $(p \to q)$	2.–4., (KB)
6. $\mid p$	(KB-Annahme)
7. $\mid (q \wedge r)$	6., 1., (MP)
8. $\mid r$	7., (SIMP2)
9. $(p \to r)$	6.–8., (KB)
10. $((p \to q) \wedge (p \to r))$	5., 9., (KON)

Hier muss die Annahme ‚p‘ zweimal getroffen werden, um zwei unterschiedliche Folgerungen abzuleiten. Das macht der Fitch-Style nötig; im Lemmon-Style könnte dagegen eine einmalige Annahme von ‚p‘ genügen, die dann zweimal beseitigt werden könnte.

14 ... und in die andere Richtung

1. $((p \to q) \wedge (p \to r))$	(P1)
2. $(p \to q)$	1., (SIMP1)
3. $(p \to r)$	1., (SIMP2)
4. $\mid p$	(KB-Annahme)
5. $\mid q$	4., 2., (MP)
6. $\mid r$	4., 3., (MP)
7. $\mid (q \wedge r)$	5., 6., (KON)
8. $(p \to (q \wedge r))$	4.–7., (KB)

15 DeMorgan (Negation der Disjunktion ...)

1. $\neg(p \vee q)$	(P1)
2. $\mid \neg\neg p$	(IB-Annahme)
3. $\mid p$	2., (DN2)
4. $\mid (p \vee q)$	3., (ADD1)
5. $\mid ((p \vee q) \wedge \neg(p \vee q))$	4., 1., (KON)
6. $\neg p$	2.–5., (IB)
7. $\mid \neg\neg q$	(IB-Annahme)
8. $\mid q$	7., (DN2)
9. $\mid (p \vee q)$	8., (ADD2)
10. $\mid ((p \vee q) \wedge \neg(p \vee q))$	9., 1., (KON)
11. $\neg q$	7.–10., (IB)
12. $(\neg p \wedge \neg q)$	6., 11., (KON)

16 DeMorgan (... und umgekehrt)

1. $(\neg p \wedge \neg q)$	(P1)
2. $\neg p$	1., (SIMP1)
3. $\neg q$	1., (SIMP2)
4. $\mid \neg\neg(p \vee q)$	(IB-Annahme)
5. $\mid (p \vee q)$	4., (DN2)
6. $\mid q$	5., 2., (DS1)
7. $\mid (q \wedge \neg q)$	6., 3., (KON)
8. $\neg(p \vee q)$	4.–7., (IB)

17 DeMorgan (Negation der Konjunktion ...)

1. $\neg(p \wedge q)$	(P1)
2. $\mid p$	(KB-Annahme)
3. $\mid \mid \neg\neg q$	(IB-Annahme)
4. $\mid \mid q$	3., (DN2)
5. $\mid \mid (p \wedge q)$	2., 4., (KON)
6. $\mid \mid ((p \wedge q) \wedge \neg(p \wedge q))$	5., 1., (KON)
7. $\mid \neg q$	3.–6., (IB)
8. $(p \rightarrow \neg q)$	2.–7., (KB)
9. $\mid p$	(FU-Annahme 1)
10. $\mid \neg q$	9., 8., (MP)
11. $\mid (\neg p \vee \neg q)$	10., (ADD2)
12. $\mid \neg p$	(FU-Annahme 2)
13. $\mid (\neg p \vee \neg q)$	12., (ADD1)
14. $(\neg p \vee \neg q)$	9.–13., (FU)

Hier wird in den Schritten 8–14 etwas bewiesen, das in der Vorlesung im Wintersemester 2014/15 als die abgeleitete Regel ‚(IMPDIS)' bezeichnet wurde: von der Implikation zur Disjunktion.

18 DeMorgan (... und umgekehrt)

1. $(\neg p \vee \neg q)$	(P1)
2. $\mid \neg\neg(p \wedge q)$	(IB-Annahme)
3. $\mid (p \wedge q)$	2., (DN2)
4. $\mid p$	3., (SIMP1)
5. $\mid \neg\neg p$	4., (DN1)
6. $\mid \neg q$	1., 5., (DS1)
7. $\mid q$	3., (SIMP2)
8. $\mid (q \wedge \neg q)$	7., 6., (KON)
9. $\neg(p \wedge q)$	2.–8., (IB)

19 Konstruktives Dilemma (1)

1. $(p \vee q)$	(P1)
2. $(p \rightarrow r)$	(P2)
3. $(q \rightarrow r)$	(P3)
4. $\mid \neg r$	(IB-Annahme)
5. $\mid \neg p$	2., 4., (MT)
6. $\mid \neg q$	3., 4., (MT)
7. $\mid q$	1., 5., (DS1)
8. $\mid (q \wedge \neg q)$	7., 6., (KON)
9. r	4.–8., (IB)

20 Konstruktives Dilemma (2)

1. $(p \vee q)$	(P1)
2. $(p \rightarrow r)$	(P2)
3. $(q \rightarrow r)$	(P3)
4. $\mid p$	(FU-Annahme 1)
5. $\mid r$	4., 2., (MP)
6. $\mid \neg p$	(FU-Annahme 2)
7. $\mid q$	1., 6., (DS1)
8. $\mid r$	7., 3., (MP)
9. r	4.–8., (FU)

21 Konstruktives Dilemma (3)

1. $(p \vee q)$	(P1)
2. $(p \rightarrow r)$	(P2)
3. $(q \rightarrow r)$	(P3)
4. $((p \vee q) \rightarrow r)$	2., 3., (DIS)
5. r	1., 4., (MP)

22 Kommutativität der Disjunktion (1)

1. $(p \vee q)$	(P1)
2. $\mid p$	(KB-Annahme)
3. $\mid (q \vee p)$	2., (ADD2)
4. $(p \rightarrow (q \vee p))$	2.–3., (KB)
5. $\mid q$	(KB-Annahme)
6. $\mid (q \vee p)$	5., (ADD1)
7. $(q \rightarrow (q \vee p))$	5.–6., (KB)
8. $\mid \neg(q \vee p)$	(IB-Annahme)
9. $\mid \neg p$	4., 8., (MT)
10. $\mid \neg q$	7., 8., (MT)
11. $\mid q$	1., 9., (DS1)
12. $\mid (q \wedge \neg q)$	11., 10., (KON)
13. $(q \vee p)$	8.–12., (IB)

Es geht aber auch, ohne das konstruktive Dilemma in den Schritten 8–12 abzuleiten — siehe die nächste Ableitung.

23 Kommutativität der Disjunktion (2)

1. $(p \vee q)$	(P1)
2. $\mid p$	(KB-Annahme)
3. $\mid (q \vee p)$	2., (ADD2)
4. $(p \rightarrow (q \vee p))$	2.–3., (KB)
5. $\mid q$	(KB-Annahme)
6. $\mid (q \vee p)$	5., (ADD1)
7. $(q \rightarrow (q \vee p))$	5.–6., (KB)
8. $((p \vee q) \rightarrow (q \vee p))$	4., 7., (DIS)
9. $(q \vee p)$	1., 8., (MP)

24 Kommutativität der Disjunktion (3)

1. $(p \vee q)$	(P1)
2. $\mid p$	(FU-Annahme 1)
3. $\mid (q \vee p)$	2., (ADD2)
4. $\mid \neg p$	(FU-Annahme 2)
5. $\mid q$	1., 4., (DS1)
6. $\mid (q \vee p)$	5., (ADD1)
7. $(q \vee p)$	2.–6., (FU)

25 Übungsbeispiel

1. $(p \to (q \wedge r))$	(P1)
2. $(q \leftrightarrow s)$	(P2)
3. $\mid p$	(KB-Annahme)
4. $\mid (q \wedge r)$	3., 1., (MP)
5. $\mid q$	4., SIMP1
6. $\mid (q \to s)$	2., (ÄQ-ELIM1)
7. $\mid s$	5., 6., (MP)
8. $\mid (s \vee t)$	7., (ADD1)
9. $(p \to (s \vee t))$	3.–8., (KB)

26 Eine interessante Äquivalenz ...

1. $((p \wedge q) \to r)$	(P1)
2. $\mid (p \to q)$	(KB-Annahme)
3. $\mid \mid p$	(KB-Annahme)
4. $\mid \mid q$	3., 2., (MP)
5. $\mid \mid (p \wedge q)$	3., 4., (KON)
6. $\mid \mid r$	5., 1., (MP)
7. $\mid (p \to r)$	3.–6., (KB)
8. $((p \to q) \to (p \to r))$	2.–7., (KB)

27 ... und in die andere Richtung

1. $((p \to q) \to (p \to r))$	(P1)
2. $\mid (p \wedge q)$	(KB-Annahme)
3. $\mid \mid p$	(KB-Annahme)
4. $\mid \mid q$	2., (SIMP2)
5. $\mid (p \to q)$	3.–4., (KB)
6. $\mid (p \to r)$	5., 1., (MP)
7. $\mid p$	2., (SIMP1)
8. $\mid r$	7., 6., (MP)
9. $((p \wedge q) \to r)$	2.–8., (KB)

28 Eine Paradoxie der materialen Implikation

1.	$\mid p$	(FU-Annahme 1)
2.	$\mid \mid q$	(KB-Annahme)
3.	$\mid \mid p$	1., (TS)
4.	$\mid (q \to p)$	2.–3., (KB)
5.	$\mid ((p \to q) \lor (q \to p))$	4., (ADD2)
6.	$\mid \neg p$	(FU-Annahme 2)
7.	$\mid \mid p$	(KB-Annahme)
8.	$\mid \mid q$	7., 6., (ECQ)
9.	$\mid (p \to q)$	7.–8., (KB)
10.	$\mid ((p \to q) \lor (q \to p))$	9., (ADD1)
11.	$((p \to q) \lor (q \to p))$	1.–10., (FU)

In dieser Ableitung werden im Prinzip das Axiom der Konditionalisierung (Zeilen 1–4) und das Gesetz des Duns Scotus (Zeilen 6–9) abgeleitet, die dann jeweils durch Additionen (Zeilen 5 und 10) zum gewünschten Ergebis führen.

29 Essler, S. 64, Lehrsatz 37 (1)

1.	$(p \to (q \leftrightarrow r))$	(P1)
2.	$\mid (p \land q)$	(KB-Annahme)
3.	$\mid p$	2., (SIMP1)
4.	$\mid q$	2., (SIMP2)
5.	$\mid (q \leftrightarrow r)$	3., 1., (MP)
6.	$\mid (q \to r)$	5., (ÄQ-ELIM1)
7.	$\mid r$	4., 6., (MP)
8.	$\mid (p \land r)$	3., 7., (KON)
9.	$((p \land q) \to (p \land r))$	2.–8., (KB)
10.	$\mid (p \land r)$	(KB-Annahme)
11.	$\mid p$	10., (SIMP1)
12.	$\mid r$	10., (SIMP2)
13.	$\mid (q \leftrightarrow r)$	11., 1., (MP)
14.	$\mid (r \to q)$	13., (ÄQ-ELIM2)
15.	$\mid q$	12., 14., (MP)
16.	$\mid (p \land q)$	11., 15., (KON)
17.	$((p \land r) \to (p \land q))$	10.–16., (KB)
18.	$((p \land q) \leftrightarrow (p \land r))$	9., 17., (ÄQ-EIN)

30 Essler, S. 64, Lehrsatz 37 (2)

1. $((p \wedge q) \leftrightarrow (p \wedge r))$	(P1)
2. $\mid p$	(KB-Annahme)
3. $\mid \mid q$	(KB-Annahme)
4. $\mid \mid (p \wedge q)$	2., 3., (KON)
5. $\mid \mid ((p \wedge q) \rightarrow (p \wedge r))$	1., (ÄQ-ELIM1)
6. $\mid \mid (p \wedge r)$	4., 5., (MP)
7. $\mid \mid r$	6., (SIMP2)
8. $\mid (q \rightarrow r)$	3.–7., (KB)
9. $\mid \mid r$	(KB-Annahme)
10. $\mid \mid (p \wedge r)$	2., 9., (KON)
11. $\mid \mid ((p \wedge r) \rightarrow (p \wedge q))$	1., (ÄQ-ELIM2)
12. $\mid \mid (p \wedge q)$	10., 11., (MP)
13. $\mid \mid q$	12., (SIMP2)
14. $\mid (r \rightarrow q)$	9.–13., (KB)
15. $\mid (q \leftrightarrow r)$	8., 14., (ÄQ-EIN)
16. $(p \rightarrow (q \leftrightarrow r))$	2.–15., (KB)

31 Definition der Äquivalenz ...

1. $(p \leftrightarrow q)$	(P1)
2. $(p \rightarrow q)$	1., (ÄQ-ELIM1)
3. $(q \rightarrow p)$	1., (ÄQ-ELIM2)
4. $\mid p$	(FU-Annahme 1)
5. $\mid q$	4., 2., (MP)
6. $\mid (p \wedge q)$	4., 5., (KON)
7. $\mid ((p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q))$	6., (ADD1)
8. $\mid \neg p$	(FU-Annahme 2)
9. $\mid \neg q$	3., 8., (MT)
10. $\mid (\neg p \wedge \neg q)$	8., 9., (KON)
11. $\mid ((p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q))$	10., (ADD2)
12. $((p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q))$	4.–11., (FU)

32 . . . und umgekehrt (1)

1.	$((p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q))$	(P1)
2.	$\mid p$	(KB-Annahme)
3.	$\mid \mid (p \wedge q)$	(FU-Annahme 1)
4.	$\mid \mid \mid p$	(KB-Annahme)
5.	$\mid \mid \mid q$	3., (SIMP2)
6.	$\mid \mid (p \rightarrow q)$	4.–5., (KB)
7.	$\mid \mid \neg(p \wedge q)$	(FU-Annahme 2)
8.	$\mid \mid (\neg p \wedge \neg q)$	1., 7., (DS1)
9.	$\mid \mid \neg p$	8., (SIMP1)
10.	$\mid \mid (\neg p \vee q)$	9., (ADD1)
11.	$\mid \mid \mid p$	(KB-Annahme)
12.	$\mid \mid \mid \neg\neg p$	11., (DN1)
13.	$\mid \mid \mid q$	10., 12., (DS1)
14.	$\mid \mid (p \rightarrow q)$	11.–13., (KB)
15.	$\mid (p \rightarrow q)$	3.–14., (FU)
16.	$\mid q$	2., 15., (MP)
17.	$(p \rightarrow q)$	2.–16., (KB)
18.	$\mid q$	(KB-Annahme)
19.	$\mid \mid (p \wedge q)$	(FU-Annahme 1)
20.	$\mid \mid \mid q$	(KB-Annahme)
21.	$\mid \mid \mid p$	19., (SIMP1)
22.	$\mid \mid (q \rightarrow p)$	20.–21., (KB)
23.	$\mid \mid \neg(p \wedge q)$	(FU-Annahme 2)
24.	$\mid \mid (\neg p \wedge \neg q)$	1., 23., (DS1)
25.	$\mid \mid \neg q$	24., (SIMP2)
26.	$\mid \mid (\neg q \vee p)$	25., (ADD1)
27.	$\mid \mid \mid q$	(KB-Annahme)
28.	$\mid \mid \mid \neg\neg q$	27., (DN1)
29.	$\mid \mid \mid p$	26., 28., (DS1)
30.	$\mid \mid (q \rightarrow p)$	27.–29., (KB)
31.	$\mid (q \rightarrow p)$	19.–30., (FU)
32.	$\mid p$	18., 31., (MP)
33.	$(q \rightarrow p)$	18.–32., (KB)
34.	$(p \leftrightarrow q)$	17., 33., (ÄQ-EIN)

33 ... und umgekehrt (2)

1. $((p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q))$	(P1)
2. $\mid (p \wedge q)$	(FU-Annahme 1)
3. $\mid \mid p$	(KB-Annahme)
4. $\mid \mid q$	2., (SIMP2)
5. $\mid (p \rightarrow q)$	3.–4., (KB)
6. $\mid \neg(p \wedge q)$	(FU-Annahme 2)
7. $\mid \mid p$	(KB-Annahme)
8. $\mid \mid (\neg p \wedge \neg q)$	1., 6., (DS1)
9. $\mid \mid \neg p$	8., (SIMP1)
10. $\mid \mid q$	7., 9., (ECQ)
11. $\mid (p \rightarrow q)$	7.–10., (KB)
12. $(p \rightarrow q)$	2.–11., (FU)
13. $\mid (p \wedge q)$	(FU-Annahme 1)
14. $\mid \mid q$	(KB-Annahme)
15. $\mid \mid p$	13., (SIMP1)
16. $\mid (q \rightarrow p)$	14.–15., (KB)
17. $\mid \neg(p \wedge q)$	(FU-Annahme 2)
18. $\mid \mid q$	(KB-Annahme)
19. $\mid \mid (\neg p \wedge \neg q)$	1., 17., (DS1)
20. $\mid \mid \neg q$	19., (SIMP2)
21. $\mid \mid p$	18., 20., (ECQ)
22. $\mid (q \rightarrow p)$	18.–21., (KB)
23. $(q \rightarrow p)$	13.–22., (FU)
24. $(p \leftrightarrow q)$	12., 23., (ÄQ-EIN)

Diese Ableitung ist etwas einfacher, aber dafür nicht strikt strategisch bezüglich der Beweise der beiden Implikationsformeln (12) und (23).

34 Konjunktor-Distribution ...

1. $(p \wedge (q \vee r))$	(P1)
2. p	1., (SIMP1)
3. $(q \vee r)$	1., (SIMP2)
4. $\mid q$	(FU-Annahme 1)
5. $\mid (p \wedge q)$	2., 4., (KON)
6. $\mid ((p \wedge q) \vee (p \wedge r))$	5., (ADD1)
7. $\mid \neg q$	(FU-Annahme 2)
8. $\mid r$	3., 7., (DS1)
9. $\mid (p \wedge r)$	2., 8., (KON)
10. $\mid ((p \wedge q) \vee (p \wedge r))$	9., (ADD2)
11. $((p \wedge q) \vee (p \wedge r))$	2.–10., (FU)

35 ... und umgekehrt (1)

1. $((p \wedge q) \vee (p \wedge r))$	(P1)
2. $\mid (p \wedge q)$	(FU-Annahme 1)
3. $\mid p$	2., (SIMP1)
4. $\mid \neg(p \wedge q)$	(FU-Annahme 2)
5. $\mid (p \wedge r)$	1., 4., (DS1)
6. $\mid p$	5., (SIMP1)
7. p	2.–6., (FU)
8. $\mid (p \wedge q)$	(FU-Annahme 1)
9. $\mid q$	8., (SIMP1)
10. $\mid (q \vee r)$	9., (ADD1)
11. $\mid \neg(p \wedge q)$	(FU-Annahme 2)
12. $\mid (p \wedge r)$	1., 11., (DS1)
13. $\mid r$	12., (SIMP2)
14. $\mid (q \vee r)$	13., (ADD2)
15. $(q \vee r)$	8.–14., (FU)
16. $(p \wedge (q \vee r))$	7., 15., (KON)

Diese Ableitung ist strikt strategisch: zuerst das linke Konjunktionsglied ableiten (Zeile 7), dann das rechte (Zeile 15), und dann die Konjunktion mit Regel (KON) einführen (Zeile 16) — macht dafür aber zweimal dieselben FU-Annahmen.

36 ... und umgekehrt (2)

1. $((p \wedge q) \vee (p \wedge r))$	(P1)
2. $\mid (p \wedge q)$	(FU-Annahme 1)
3. $\mid p$	2., (SIMP1)
4. $\mid q$	2., (SIMP2)
5. $\mid (q \vee r)$	4., (ADD1)
6. $\mid (p \wedge (q \vee r))$	3., 5., (KON)
7. $\mid \neg(p \wedge q)$	(FU-Annahme 2)
8. $\mid (p \wedge r)$	1., 7., (DS1)
9. $\mid p$	8., (SIMP1)
10. $\mid r$	8., (SIMP2)
11. $\mid (q \vee r)$	10., (ADD2)
12. $\mid (p \wedge (q \vee r))$	9., 11., (KON)
13. $(p \wedge (q \vee r))$	2.–12., (FU)

37 Disjunktor-Distribution (1) ...

1.	$(p \vee (q \wedge r))$	(P1)
2.	$\mid p$	(FU-Annahme 1)
3.	$\mid (p \vee q)$	2., (ADD1)
4.	$\mid \neg p$	(FU-Annahme 2)
5.	$\mid (q \wedge r)$	1., 4., (DS1)
6.	$\mid q$	5., (SIMP1)
7.	$\mid (p \vee q)$	6., (ADD2)
8.	$(p \vee q)$	2.–7., (FU)
9.	$\mid p$	(FU-Annahme 1)
10.	$\mid (p \vee r)$	9., (ADD1)
11.	$\mid \neg p$	(FU-Annahme 2)
12.	$\mid (q \wedge r)$	1., 11., (DS1)
13.	$\mid r$	12., (SIMP2)
14.	$\mid (p \vee r)$	13., (ADD2)
15.	$(p \vee r)$	9.–14., (FU)
16.	$((p \vee q) \wedge (p \vee r))$	8., 15., (KON)

Diese Ableitung ist strikt strategisch: zuerst das linke Konjunktionsglied ableiten (Zeile 8), dann das rechte (Zeile 15), und dann die Konjunktion mit Regel (KON) einführen (Zeile 16) — macht dafür aber zweimal dieselben FU-Annahmen.

38 Disjunktor-Distribution (2) ...

1.	$(p \vee (q \wedge r))$	(P1)
2.	$\mid p$	(FU-Annahme 1)
3.	$\mid (p \vee q)$	2., (ADD1)
4.	$\mid (p \vee r)$	2., (ADD1)
5.	$\mid ((p \vee q) \wedge (p \vee r))$	3., 4., (KON)
6.	$\mid \neg p$	(FU-Annahme 2)
7.	$\mid (q \wedge r)$	1., 6., (DS1)
8.	$\mid q$	7., (SIMP1)
9.	$\mid (p \vee q)$	8., (ADD2)
10.	$\mid r$	7., (SIMP2)
11.	$\mid (p \vee r)$	10., (ADD2)
12.	$\mid ((p \vee q) \wedge (p \vee r))$	9., 11., (KON)
13.	$((p \vee q) \wedge (p \vee r))$	2.–12., (FU)

39 ... und umgekehrt (1)

1.	$((p \vee q) \wedge (p \vee r))$	(P1)
2.	$(p \vee q)$	1., (SIMP1)
3.	$(p \vee r)$	1., (SIMP2)
4.	$\mid p$	(FU-Annahme 1)
5.	$\mid (p \vee (q \wedge r))$	4., (ADD1)
6.	$\mid \neg p$	(FU-Annahme 2)
7.	$\mid q$	2., 6., (DS1)
8.	$\mid r$	3., 6., (DS1)
9.	$\mid (q \wedge r)$	7., 8., (KON)
10.	$\mid (p \vee (q \wedge r))$	9., (ADD2)
11.	$(p \vee (q \wedge r))$	4.–10., (FU)

40 Syllogismus Barbara

1. $\forall x(F(x) \to G(x))$	(P1)
2. $\forall x(G(x) \to H(x))$	(P2)
3. $\mid F(y)$	(KB-Annahme)
4. $\mid (F(y) \to G(y))$	1., (UB)
5. $\mid G(y)$	3., 4., (MP)
6. $\mid (G(y) \to H(y))$	2., (UB)
7. $\mid H(y)$	5., 6., (MP)
8. $(F(y) \to H(y))$	3.–7., (KB)
9. $\forall x(F(x) \to H(x))$	8., (UE)

41 Existenzielle Beseitigung, ein Beispiel

1. $\exists x(F(x) \wedge G(x))$	(P1)
2. $\mid (F(y) \wedge G(y))$	(EB-Annahme)
3. $\mid F(y)$	2., (SIMP1)
4. $\mid \exists x F(x)$	3., (EE)
5. $\exists x F(x)$	2.–4., (EB)

42 Existenzielle Beseitigung, ein weiteres Beispiel

1. $\exists x(F(x) \wedge G(x))$	(P1)
2. $\mid (F(y) \wedge G(y))$	(EB-Annahme)
3. $\mid F(y)$	2., (SIMP1)
4. $\mid G(y)$	2., (SIMP2)
5. $\mid (G(y) \wedge F(y))$	4., 3., (KON)
6. $\mid \exists x(G(x) \wedge F(x))$	5., (EE)
7. $\exists x(G(x) \wedge F(x))$	2.–6., (EB)

43 Existenzquantor-Distribution

1. $\exists x(F(x) \wedge G(x))$	(P1)
2. $\mid (F(y) \wedge G(y))$	(EB-Annahme)
3. $\mid F(y)$	2., (SIMP1)
4. $\mid \exists x F(x)$	3., (EE)
5. $\exists x F(x)$	2.–4., (EB)
6. $\mid (F(y) \wedge G(y))$	(EB-Annahme)
7. $\mid G(y)$	6., (SIMP2)
8. $\mid \exists x G(x)$	7., (EE)
9. $\exists x G(x)$	6.–8., (EB)
10. $(\exists x F(x) \wedge \exists x G(x))$	5., 9., (KON)

44 Allquantor-Distribution (1)

1. $(\forall xF(x) \lor \forall xG(x))$	(P1)
2. $\mid F(y)$	(FU-Annahme 1)
3. $\mid (F(y) \lor G(y))$	2., (ADD1)
4. $\mid \neg F(y)$	(FU-Annahme 2)
5. $\mid \mid \neg\neg\forall xF(x)$	(IB-Annahme)
6. $\mid \mid \forall xF(x)$	5., (DN2)
7. $\mid \mid F(y)$	6., (UB)
8. $\mid \mid (F(y) \land \neg F(y))$	7., 4., (KON)
9. $\mid \neg\forall xF(x)$	5.–8., (IB)
10. $\mid \forall xG(x)$	1., 9., (DS1)
11. $\mid G(y)$	10., (UB)
12. $\mid (F(y) \lor G(y))$	11., (ADD2)
13. $(F(y) \lor G(y))$	2.–12., (FU)
14. $\forall x(F(x) \lor G(x))$	13., (UE)

45 Allquantor-Distribution (2)

1. $(\forall xF(x) \lor \forall xG(x))$	(P1)
2. $\mid \forall xF(x)$	(FU-Annahme 1)
3. $\mid F(y)$	2., (UB)
4. $\mid (F(y) \lor G(y))$	3., (ADD1)
5. $\mid \neg\forall xF(x)$	(FU-Annahme 2)
6. $\mid \forall xG(x)$	1., 5., (DS1)
7. $\mid G(y)$	6., (UB)
8. $\mid (F(y) \lor G(y))$	7., (ADD2)
9. $(F(y) \lor G(y))$	2.–8., (FU)
10. $\forall x(F(x) \lor G(x))$	9., (UE)

46 Existenzielle Beseitigung in einem indirekten Beweis

1. $\neg\exists xF(x)$	(P1)
2. $\mid \neg\neg\exists x(F(x) \land G(x))$	(IB-Annahme)
3. $\mid \exists x(F(x) \land G(x))$	2., (DN2)
4. $\mid \mid (F(y) \land G(y))$	(EB-Annahme)
5. $\mid \mid F(y)$	4., (SIMP1)
6. $\mid \mid \exists xF(x)$	5., (EE)
7. $\mid \exists xF(x)$	4.–6., (EB)
8. $\mid (\exists xF(x) \land \neg\exists xF(x))$	7., 1., (KON)
9. $\neg\exists x(F(x) \land G(x))$	2.–8., (IB)

47 Negation der Allformel ...

1. $\neg\forall xF(x)$	(P1)
2. $\mid \neg\exists x\neg F(x)$	(IB-Annahme)
3. $\mid \mid \neg F(y)$	(IB-Annahme)
4. $\mid \mid \exists x\neg F(x)$	3., (EE)
5. $\mid \mid (\exists x\neg F(x) \land \neg\exists x\neg F(x))$	4., 2., (KON)
6. $\mid F(y)$	3.–5., (IB)
7. $\mid \forall xF(x)$	6., (UE)
8. $\mid (\forall xF(x) \land \neg\forall xF(x))$	7., 1., (KON)
9. $\exists x\neg F(x)$	2.–8., (IB)

48 ... und umgekehrt (1)

1. $\exists x \neg F(x)$	(P1)
2. $\mid \neg\neg\forall x F(x)$	(IB-Annahme)
3. $\mid \forall x F(x)$	2., (DN2)
4. $\mid \mid \neg F(y)$	(EB-Annahme)
5. $\mid \mid F(y)$	3., (UB)
6. $\mid \mid \neg\exists x \neg F(x)$	5., 4., (ECQ)
7. $\mid \neg\exists x \neg F(x)$	4.–6., (EB)
8. $\mid (\exists x \neg F(x) \wedge \neg\exists x \neg F(x))$	1., 7., (KON)
9. $\neg\forall x F(x)$	2.–8., (IB)

49 ... und umgekehrt (2)

1. $\exists x \neg F(x)$	(P1)
2. $\mid \neg F(y)$	(EB-Annahme)
3. $\mid \mid \neg\neg\forall x F(x)$	(IB-Annahme)
4. $\mid \mid \forall x F(x)$	3., (DN2)
5. $\mid \mid F(y)$	4., (UB)
6. $\mid \mid (F(y) \wedge \neg F(y))$	5., 2., (KON)
7. $\mid \neg\forall x F(x)$	3.–6., (IB)
8. $\neg\forall x F(x)$	2.–7., (EB)

50 Negation der Existenzformel ...

1. $\neg\exists x F(x)$	(P1)
2. $\mid \neg\forall x \neg F(x)$	(IB-Annahme)
3. $\mid \mid \neg\neg F(y)$	(IB-Annahme)
4. $\mid \mid F(y)$	3., (DN2)
5. $\mid \mid \exists x F(x)$	4., (EE)
6. $\mid \mid (\exists x F(x) \wedge \neg\exists x F(x))$	5., 1., (KON)
7. $\mid \neg F(y)$	3.–6., (IB)
8. $\mid \forall x \neg F(x)$	7., (UE)
9. $\mid (\forall x \neg F(x) \wedge \neg\forall x \neg F(x))$	8., 2., (KON)
10. $\forall x \neg F(x)$	2.–9., (IB)

51 ... und umgekehrt (1)

1. $\forall x \neg F(x)$	(P1)
2. $\mid \neg\neg\exists x F(x)$	(IB-Annahme)
3. $\mid \exists x F(x)$	2., (DN2)
4. $\mid \mid F(y)$	(EB-Annahme)
5. $\mid \mid \neg F(y)$	1., (UB)
6. $\mid \mid \neg\forall x \neg F(x)$	4., 5., (ECQ)
7. $\mid \neg\forall x \neg F(x)$	4.–6., (EB)
8. $\mid (\forall x \neg F(x) \wedge \neg\forall x \neg F(x))$	1., 7., (KON)
9. $\neg\exists x F(x)$	2.–8., (IB)

52 ... und umgekehrt (2)

1. $\forall x \neg F(x)$	(P1)
2. $\mid \neg\neg\exists x F(x)$	(IB-Annahme)
3. $\mid \exists x F(x)$	2., (DN2)
4. $\mid \mid F(y)$	(EB-Annahme)
5. $\mid \mid \neg F(y)$	1., (UB)
6. $\mid \mid \neg\exists x F(x)$	4., 5., (ECQ)
7. $\mid \neg\exists x F(x)$	4.–6., (EB)
8. $\mid (\exists x F(x) \wedge \neg\exists x F(x))$	3., 7., (KON)
9. $\neg\exists x F(x)$	2.–8., (IB)

53 Symmetrie der Identität (exemplarisch)

1. $a = b$	(P1)
2. $\forall x \forall y((x = y \wedge x = x) \to y = x)$	(SUB)
3. $\forall y((a = y \wedge a = a) \to y = a)$	2., (UB)
4. $((a = b \wedge a = a) \to b = a)$	3., (UB)
5. $\forall x\, x = x$	(REF)
6. $a = a$	5., (UB)
7. $(a = b \wedge a = a)$	1., 6., (KON)
8. $b = a$	7., 4., (MP)

54 Symmetrie der Identität (allgemein)

1. $\forall x \forall y((x = y \wedge x = x) \to y = x)$	(SUB)
2. $\forall y((a = y \wedge a = a) \to y = a)$	1., (UB)
3. $((a = b \wedge a = a) \to b = a)$	2., (UB)
4. $\mid a = b$	(KB-Annahme)
5. $\mid \forall x\, x = x$	(REF)
6. $\mid a = a$	5., (UB)
7. $\mid (a = b \wedge a = a)$	4., 6., (KON)
8. $\mid b = a$	7., 3., (MP)
9. $(a = b \to b = a)$	4.–8., (KB)
10. $\forall y(a = y \to y = a)$	9., (UE)
11. $\forall x \forall y(x = y \to y = x)$	10., (UE)

Anmerkung: Die universellen Einführungen in den Zeilen (10) und (11) sind erlaubt, da ‚a‘ und ‚b‘ nicht in irgendweilchen Zeilen vorkommen, von denen die Allformeln abhängen: Denn es gibt keine Prämissen, und die KB-Annahme (4) wird nach Zeile (8) beseitigt.

55 Transitivität der Identität (exemplarisch)

1. $a = b$	(P1)
2. $b = c$	(P2)
3. $\forall x \forall y((x = y \wedge x = c) \rightarrow y = c)$	(SUB)
4. $\forall y((b = y \wedge b = c) \rightarrow y = c)$	3., (UB)
5. $((b = a \wedge b = c) \rightarrow a = c)$	4., (UB)
6. $\forall x \forall y((x = y \wedge x = x) \rightarrow y = x)$	(SUB)
7. $\forall y((a = y \wedge a = a) \rightarrow y = a)$	6., (UB)
8. $((a = b \wedge a = a) \rightarrow b = a)$	7., (UB)
9. $\forall x\, x = x$	(REF)
10. $a = a$	9., (UB)
11. $(a = b \wedge a = a)$	1., 10., (KON)
12. $b = a$	11., 8., (MP)
13. $(b = a \wedge b = c)$	12., 2., (KON)
14. $a = c$	13., 5., (MP)

Anmerkung: In den Zeilen 6–12 wird die Symmetrie der Identität bewiesen.

56 Transitivität der Identität (allgemein, 1)

1. $\forall y \forall z((y = z \wedge y = c) \rightarrow z = c)$	(SUB)
2. $\forall z((b = z \wedge b = c) \rightarrow z = c)$	1., (UB)
3. $((b = a \wedge b = c) \rightarrow a = c)$	2., (UB)
4. $\forall x \forall y((x = y \wedge x = x) \rightarrow y = x)$	(SUB)
5. $\forall y((a = y \wedge a = a) \rightarrow y = a)$	4., (UB)
6. $((a = b \wedge a = a) \rightarrow b = a)$	5., (UB)
7. $\mid a = b$	(KB-Annahme)
8. $\mid \forall x\, x = x$	(REF)
9. $\mid a = a$	8., (UB)
10. $\mid (a = b \wedge a = a)$	7., 9., (KON)
11. $\mid b = a$	10., 6., (MP)
12. $(a = b \rightarrow b = a)$	7.–11., (KB)
13. $\mid (a = b \wedge b = c)$	(KB-Annahme)
14. $\mid a = b$	13., (SIMP1)
15. $\mid b = c$	13., (SIMP2)
16. $\mid b = a$	14., 12., (MP)
17. $\mid (b = a \wedge b = c)$	16., 15., (KON)
18. $\mid a = c$	17., 3., (MP)
19. $((a = b \wedge b = c) \rightarrow a = c)$	13.–18., (KB)
20. $\forall z((a = b \wedge b = z) \rightarrow a = z)$	19., (UE)
21. $\forall y \forall z((a = y \wedge y = z) \rightarrow a = z)$	20., (UE)
22. $\forall x \forall y \forall z((x = y \wedge y = z) \rightarrow x = z)$	21., (UE)

Anmerkung 1: In den Zeilen 7–12 wird die Symmetrie der Identität bewiesen.
Anmerkung 2: Die universellen Einführungen in den Zeilen (20) bis (22) sind erlaubt, da ‚a', ‚b' und ‚c' nicht in irgendweilchen Zeilen vorkommen, von denen die Allformeln abhängen: Denn es gibt keine Prämissen, die KB-Annahme (7) wird nach Zeile (11) beseitigt, und die KB-Annahme (13) wird nach Zeile (18) beseitigt.

57 Transitivität der Identität (allgemein, 2)

1. $\forall y \forall z((y = z \wedge y = c) \rightarrow z = c)$	(SUB)
2. $\forall z((b = z \wedge b = c) \rightarrow z = c)$	1., (UB)
3. $((b = a \wedge b = c) \rightarrow a = c)$	2., (UB)
4. $\forall x \forall y((x = y \wedge x = x) \rightarrow y = x)$	(SUB)
5. $\forall y((a = y \wedge a = a) \rightarrow y = a)$	4., (UB)
6. $((a = b \wedge a = a) \rightarrow b = a)$	5., (UB)
7. $\mid (a = b \wedge b = c)$	(KB-Annahme)
8. $\mid a = b$	7., (SIMP1)
9. $\mid b = c$	7., (SIMP2)
10. $\mid \forall x \forall y((x = y \wedge x = x) \rightarrow y = x)$	(SUB)
11. $\mid \forall y((a = y \wedge a = a) \rightarrow y = a)$	10., (UB)
12. $\mid ((a = b \wedge a = a) \rightarrow b = a)$	11., (UB)
13. $\mid \forall x\, x = x$	(REF)
14. $\mid a = a$	13., (UB)
15. $\mid (a = b \wedge a = a)$	8., 14., (KON)
16. $\mid b = a$	15., 12., (MP)
17. $\mid (b = a \wedge b = c)$	16., 9., (KON)
18. $\mid a = c$	17., 3., (MP)
19. $((a = b \wedge b = c) \rightarrow a = c)$	7.–18., (KB)
20. $\forall z((a = b \wedge b = z) \rightarrow a = z)$	19., (UE)
21. $\forall y \forall z((a = y \wedge y = z) \rightarrow a = z)$	20., (UE)
22. $\forall x \forall y \forall z((x = y \wedge y = z) \rightarrow x = z)$	21., (UE)

Anmerkung 1: In den Zeilen 8–16 wird die Symmetrie der Identität bewiesen.
Anmerkung 2: Diese Ableitung ist zwar nicht kürzer als die voraufgehende, aber sie ist insofern etwas einfacher, als sie mit lediglich einem konditionalen Beweis auskommt.
Anmerkung 3: Die universellen Einführungen in den Zeilen (20) bis (22) sind erlaubt, da ‚a', ‚b' und ‚c' nicht in irgendweilchen Zeilen vorkommen, von denen die Allformeln abhängen: Denn es gibt keine Prämissen, und die KB-Annahme (7) wird nach Zeile (18) beseitigt.

58 Drittengleichheit der Identität, links (exemplarisch)

1. $a = b$	(P1)
2. $a = c$	(P2)
3. $\forall x \forall y((x = y \wedge x = c) \rightarrow (y = c))$	(SUB)
4. $\forall y((a = y \wedge a = c) \rightarrow y = c)$	3., (UB)
5. $((a = b \wedge a = c) \rightarrow b = c)$	4., (UB)
6. $(a = b \wedge a = c)$	1., 2., (KON)
7. $b = c$	6., 5., (MP)

59 Drittengleichheit der Identität, links (allgemein)

1. $\forall y \forall z((y = z \wedge y = c) \rightarrow z = c)$	(SUB)
2. $\forall z((a = z \wedge a = c) \rightarrow z = c)$	1., (UB)
3. $((a = b \wedge a = c) \rightarrow b = c)$	2., (UB)
4. $\forall z((a = b \wedge a = z) \rightarrow b = z)$	3., (UE)
5. $\forall y \forall z((a = y \wedge a = z) \rightarrow y = z)$	4., (UE)
6. $\forall x \forall y \forall z((x = y \wedge x = z) \rightarrow y = z)$	5., (UE)

Anmerkung: Die universellen Einführungen in den Zeilen (4) bis (6) sind erlaubt, da ‚a', ‚b' und ‚c' nicht in irgendweilchen Zeilen vorkommen, von denen die Allformeln abhängen: Denn es gibt keine Prämissen und keine Annahmen — daher auch keine Annahmen, die vor Zeile (4) beseitigt werden müssten.

60 Drittengleichheit der Identität, rechts (exemplarisch)

1. $a = c$	(P1)
2. $b = c$	(P2)
3. $\forall x \forall y((x = y \land x = b) \to y = b)$	(SUB)
4. $\forall y((c = y \land c = b) \to y = b)$	3., (UB)
5. $((c = a \land c = b) \to a = b)$	4., (UB)
6. $\forall x \forall y((x = y \land x = x) \to y = x)$	(SUB)
7. $\forall y((a = y \land a = a) \to y = a)$	6., (UB)
8. $((a = c \land a = a) \to c = a)$	7., (UB)
9. $\forall x\, x = x$	(REF)
10. $a = a$	9., (UB)
11. $(a = c \land a = a)$	1., 10., (KON)
12. $c = a$	11., 8., (MP)
13. $\forall y((b = y \land b = b) \to y = b)$	6., (UB)
14. $((b = c \land b = b) \to c = b)$	13., (UB)
15. $b = b$	9., (UB)
16. $(b = c \land b = b)$	2., 15., (KON)
17. $c = b$	16., 14., (MP)
18. $(c = a \land c = b)$	12., 17., (KON)
19. $a = b$	18., 5., (MP)

Anmerkung 1: In den Zeilen 6–12 sowie 13–17 wird je einmal die Symmetrie der Identität bewiesen.
Anmerkung 2: Die Allformeln in den Zeilen (6) und (9) werden je zweimal ausgewertet: einmal in Zeile (7) bzw. (10), und einmal in Zeile (13) bzw. (15). Das ist erlaubt, da die Zeilen (6) und (9) nicht im Bereich irgendwelcher Annahmen liegen, die in den Zeilen 7, 10, 13 und 15 bereits abgeschlossen wären. (Zeilen (6) und (9) liegen im Bereich überhaupt keiner Annahme und dürfen daher immer ausgewertet werden.)

61 Drittengleichheit der Identität, rechts (allgemein)

1. $\forall y \forall z((y = z \land y = b) \to z = b)$	(SUB)
2. $\forall z((c = z \land c = b) \to z = b)$	1., (UB)
3. $((c = a \land c = b) \to a = b)$	2., (UB)
4. $\mid (a = c \land b = c)$	(KB-Annahme)
5. $\mid a = c$	4., (SIMP1)
6. $\mid \forall x \forall y((x = y \land x = x) \to y = x)$	(SUB)
7. $\mid \forall y((a = y \land a = a) \to y = a)$	6., (UB)
8. $\mid ((a = c \land a = a) \to c = a)$	7., (UB)
9. $\mid \forall x\, x = x$	(REF)
10. $\mid a = a$	9., (UB)
11. $\mid (a = c \land a = a)$	5., 10., (KON)
12. $\mid c = a$	11., 8., (MP)
13. $\mid b = c$	4., (SIMP2)
14. $\mid \forall y((b = y \land b = b) \to y = b)$	6., (UB)
15. $\mid ((b = c \land b = b) \to c = b)$	14., (UB)
16. $\mid b = b$	9., (UB)
17. $\mid (b = c \land b = b)$	13., 16., (KON)
18. $\mid c = b$	17., 15., (MP)
19. $\mid (c = a \land c = b)$	12., 18., (KON)
20. $\mid a = b$	19., 3., (MP)
21. $((a = c \land b = c) \to a = b)$	4.–20., (KB)
22. $\forall z((a = z \land b = z) \to a = b)$	21., (UE)
23. $\forall y \forall z((a = z \land y = z) \to a = y)$	22., (UE)
24. $\forall x \forall y \forall z((x = z \land y = z) \to x = y)$	23., (UE)

Anmerkung 1: In den Zeilen 5–12 sowie 13–18 wird je einmal die Symmetrie der Identität bewiesen.
Anmerkung 2: Die Allformeln in den Zeilen (6) und (9) werden je zweimal ausgewertet: einmal in Zeile (7) bzw. (10), und einmal in Zeile (14) bzw. (16). Das ist erlaubt, da die Zeilen (6) und (9) nicht im Bereich irgendwelcher Annahmen liegen, die in den Zeilen 7, 10, 14 und 16 bereits abgeschlossen wären. (Die KB-Annahme (4) ist in diesen Zeilen noch nicht abgeschlossen.)
Anmerkung 3: Die universellen Einführungen in den Zeilen (22) bis (24) sind erlaubt, da ‚a', ‚b' und ‚c' nicht in irgendweilchen Zeilen vorkommen, von denen die Allformeln abhängen: Denn es gibt keine Prämissen, und die KB-Annahme (4) wird nach Zeile (20) beseitigt.